

АНОТАЦІЯ

Симанич Андрій Миронович Удосконалення організації роботи спеціалізованих автомобілів під час збору та утилізації твердих побутових відходів у м. Львів. – Магістерська кваліфікаційна робота. НУВМБ, кафедра «Автомобілів і тракторів». Дубляни, 2025. – 73 с.

Показано, що у зв'язку із зростанням обсягів побутових відходів, що продукує мегаполіс, процеси їх вивезення й утилізації повинні мати точніший облік і контроль. При неможливості запровадити «розумні» системи контролю, резерви підвищення ефективності процесів запропоновано шукати в їх структурі. Процеси збору і транспортування твердих побутових відходів розглядаються як дискретні, стохастичні й періодичні. Розроблено таку структурну модель операцій вивезення сміття, завдяки аналізу якої достатній контроль потоків наповнення контейнерів на майданчиках збору може бути забезпечений для скорочення часових витрат. Показано, що для ефективної організації роботи автомобілів-смітєвозів на транспортній мережі міста потрібен активний, найкоротший розклад операцій, який потрібно скласти на декілька періодів одночасно. Для розроблення оптимального за швидкодією циклічного розкладу роботи сукупності автомобілів-смітєвозів запропоновано методику, яка базується на впорядкуванні змішаних графів. Для цього було застосовано методику «розділяй і пануй». Розроблено алгоритм впорядкування графа. Запропонований алгоритм застосовано для дослідження чинної системи збору і вивезення сміття у мегаполісі. Показано можливість досягнути вищої продуктивності смітєвозів і вчасного вивезення органічних відходів при застосуванні допусків наповнення контейнерів і заданій чисельності парку автомобілів.

Ключові слова: організація перевезень, побутові відходи, розклад операцій, періодичність процесів, змішані графи.

ABSTRACT

Simanych Andriy Myronovych. Improving the organization of specialized vehicles during the collection and disposal of solid household waste in Lviv. – Master's qualification work. NUVMB, Department of "Automobiles and Tractors". Dublyany, 2025. – 73 p.

It is shown that due to the growth in the volume of household waste produced by the metropolis, the processes of their removal and disposal should have more accurate accounting and control. If it is impossible to introduce "smart" control systems, it is proposed to look for reserves for increasing the efficiency of processes in their structure. The processes of collection and transportation of solid household waste are considered as discrete, stochastic and periodic. A structural model of garbage removal operations has been developed, thanks to the analysis of which sufficient control of container filling flows at collection sites can be ensured to reduce time costs. It is shown that for the effective organization of garbage trucks on the city's transport network, an active, shortest schedule of operations is required, which must be compiled for several periods simultaneously. To develop an optimal cyclic schedule of operation of a set of garbage trucks in terms of speed, a method based on the ordering of mixed graphs is proposed. For this purpose, the "divide and conquer" method was used. An algorithm for ordering a graph is developed. The proposed algorithm is used to study the current system of garbage collection and removal in a megalopolis. The possibility of achieving higher productivity of garbage trucks and timely removal of organic waste when applying container filling tolerances and a given number of vehicles is shown.

Keywords: transportation organization, household waste, schedule of operations, periodicity of processes, mixed graphs.

ЗМІСТ

ВСТУП	7
1. АНАЛІЗ СТАНУ ПИТАННЯ В ТЕОРІЇ ТА ПРАКТИЦІ.....	9
1.1. Огляд літературних джерел.....	9
1.2 Аналіз відомих методів динамічної маршрутизації	14
1.3 Аналіз транспортно-технологічних процесів на практиці.....	19
1.4 Висновки за розділом.....	22
2. РОЗРОБЛЕННЯ ТЕОРЕТИЧНОЇ МОДЕЛІ ПРОЦЕСУ	24
2.1 Дослідження вхідних потоків	24
2.2 Структурна модель процесу.....	25
3. МЕТОДИКА І АЛГОРИТМ ДИНАМІЧНОЇ ОПТИМІЗАЦІЇ РОЗКЛАДУ РОБОТИ АВТОМОБІЛІВ-СМІТТЄВОЗІВ	35
3.1 Формулювання задачі	35
3.2 Алгоритм алфавітного пошуку множини найкоротших маршрутів.....	36
3.3 Застосування алгоритму маршрутизації до комунальної системи	41
3.4. Алгоритм побудови оптимального розкладу роботи автомобілів- сміттєвозів.....	44
4. ЕКСПЕРИМЕНТАЛЬНІ ДОСЛІДЖЕННЯ РОБОТИ ПАРКУ СПЕЦІАЛІЗОВАНИХ АВТОМОБІЛІВ.....	50
4.1. Хронометражні спостереження за операціями процесу	50
4.2. Визначення фактичних значень середніх технічних та експлуатаційних швидкостей	52
4.3. Обчислення параметрів транспортно-технологічних схем	55
5. РЕЗУЛЬТАТИ ЗАСТОСУВАННЯ ДИНАМІЧНОЇ МАРШРУТИЗАЦІЇ	60
ВИСНОВКИ.....	68
ЛІТЕРАТУРА	70

ВСТУП

Організація збору, вивезення й утилізації міського сміття є найбільш складною ділянкою муніципального управління. Основна причина – це те, що логістика збору сміття не відповідає об'єктивним потребам міста стосовно їх утилізації. Процес нагромадження відходів є стохастичним. Його інтенсивність є лише частково відома комунальникам. Відомо також, що утворення твердих побутових відходів (ТПВ) характеризується сезонністю.

У цій магістерській роботі виявлено і досліджено причини суперечності, яка існує в організації вивезення ТПВ у великих мегаполісах. При відсутності достовірної інформації автомобільні вантажні перевізники намагаються вкорочувати планові збірні маршрути руху АТЗ для того, щоб не виконувати зайвий пробіг. При цьому періодичність збору сміття є, як правило, більшою, ніж реальне його нагромадження у контейнерах фіксованого об'єму. Внаслідок цього окремі контейнери залишаються переповнені відходами, що порушує умови санітарних норм.

У більшості випадків перехід муніципальної системи утилізації сміття на автоматизований рівень є неможливим через економічні фактори. Часто територіальні громади є фінансово неспроможними дообладнати усі сміттєві контейнери мегаполісу телеметричними засобами. Проблема посилюється у зв'язку зі зростанням кількості населення міст і, відповідно, інтенсивності утворення відходів. Тому вирішення проблеми є актуальним і її актуальність зростає. Методологія розроблення розкладів повинна відповідати найбільш повному використанню доступної інформації. Однак, якщо інформації є недостатньо для прийняття обґрунтованих рішень, то потрібно застосовувати резервування провізної спроможності парку спеціалізованих автомобілів.

Мета досліджень – зменшити транспортні витрати на збір й утилізацію ТПВ у великих містах із застосуванням динамічної маршрутизації та оптимізації циклічних розкладів роботи автомобілів-сміттєвозів. Оптимальний розклад повинен забезпечити найкоротші збірні маршрути по

мережі контейнерних майданчиків із врахуванням фактичної інтенсивності їх наповнення. Така мета була досягнута шляхом вирішення наступних задач:

- 1) зробити огляд відомих досліджень в галузі маршрутизації комунальних спеціалізованих автомобілів;
- 2) розробити математичну модель вантажопотоків і часових зв'язків транспортних операцій зі збору і транспортування сміття;
- 3) розробити алгоритм пошуку найкоротшого активного розкладу операцій зі збору сміття, який залежить від фактичної інтенсивності наповнення сміттєвих баків;
- 4) дослідити вплив фонду часу при ранньому зборі сміття за активним оптимальним розкладом на тривалість процесу та на ефективність використання парку автомобілів-сміттєвозів.

Предмет досліджень: залежність витрат часу на збір і транспортування твердих побутових відходів від допустимого завантаження контейнерів та структури розкладу роботи парку спеціалізованих автомобілів-сміттєвозів.

Об'єкти досліджень: маршрути, часові розклади й транспортні процеси збору твердих побутових відходів мегаполіса.

1. АНАЛІЗ СТАНУ ПИТАННЯ В ТЕОРІЇ ТА ПРАКТИЦІ

1.1. Огляд літературних джерел

Виконано огляд літературних джерел, які стосуються сформульованої у вступі проблеми. В статті [1] підтверджується, що організація і планування збору твердих побутових відходів є складною і ступінь її складності зростає. Посилюються вимоги світової спільноти щодо зменшення забруднення довкілля, розділення сміття на сорти у зв'язку із зростанням чисельності громадян мегаполісів. З іншого боку, у статті було відмічено, що для маршрутизації смітєвозів не використовуються ефективні комп'ютерні засоби прийняття рішень. Авторами було запропоновано розв'язувати задачу маршрутизації АТЗ для роздільного збору ТПВ з допомогою алгоритму пошуку великого сусідства [2]. На конкретному прикладі мегаполіса показано, що задача відноситься до таких, що містить велику множину вхідних даних, через це її розв'язання є ускладненим, а подеколи – неможливим. Представлена проблема маршрутизації смітєвозів була вирішена для реальних первинних екземплярів системи організації збору твердих побутових відходів муніципалітету м. Кракова (Польща). Однак, в дослідженнях не бралась до уваги фактична інтенсивність нагромадження сміття в смітєвих баках, що в принципі не вирішує сформульовану нами проблему.

У дослідженні [3] автори визнають, що менеджмент збору й утилізації ТПВ часто є неефективним через високу невизначеність, пов'язану з реальними рівнями заповнення смітєвих баків. І тому одним з можливих рішень названо використання сенсорів наповнення смітєвих баків. Однак, використання даних від сенсорів має супроводжуватись відповідними алгоритмами оптимізації маршрутів автомобілів-смітєвозів. Такі спеціальні алгоритми дотепер є невідомі.

Сучасні пристрої нагляду і спостереження, а саме сенсори об'єму, радіочастотної ідентифікації, технології GPRS (General Packet Radio Service) і GPS (Global Positioning System), дають можливість отримувати дані про нагромадження ТПВ дистанційно, в режимі реального часу. Це є основою для удосконалення менеджменту збору відходів. Відомі публікації, які стосуються «розумних» технологій управління збором сміття, можна поділити на три групи. Різниця полягає у використаних принципових підходів щодо організації збору ТПВ: 1) методика нормативів і лімітів; 2) «розумної» послідовності збору сміття – Smart Waste Collection Routing (SWCR); 3) «розумних» періодів збору сміття [3]. Основна ідея лімітованого підходу полягає в тому, що потік даних у реальному часі по стану кожного АТЗ та по рівнях наповнення кожного сміттевого контейнера не дає змогу вирішувати, який контейнер слід спорожнити [4]. Рішення приймається на основі конкретної моделі на основі критеріїв, як-от загальна пройдена відстань, необхідна кількість АТЗ, вплив на довкілля [5]. Однак, усі алгоритми лімітованого підходу не мають обґрунтування встановленого мінімального рівня заповнення сміттєвих баків (лімітів) k_d . Таким чином, усі баки для сміття, які мають рівень заповнення $k_i \geq k_d$, розглядаються на етапі маршрутизації. Другий вагомий недолік лімітованого підходу полягає у тому, що задачі маршрутизації розв'язуються циклічно, з фіксованим періодом, переважно одна доба. При цьому не враховується вплив минулих досягнутих результатів на новозбудований план збору сміття автомобілями.

Дещо зменшено вплив нерівномірного завантаження автомобілів-сміттєвозів у підході SWCR, при якому вибір контейнерів, які потрібно відвідувати щодня, і обґрунтування послідовності їх збору здійснюється одночасно [6]. Використовуються критерії максимального прибутку від перевезення ТПВ. Модель, використана дослідниками, представляє задачу маршрутизації АТЗ, при умові, що поточний рівень заповнення контейнерів є відомий тому, хто приймає рішення. Вважається, що кожен контейнер оснащений сенсором, який вимірює рівень відходів, і ця інформація через

певні проміжки часу (представлено дані подобового контролю) надсилається до планувальника (диспетчера).

Як свідчать результати досліджень, представлені в статті [5], динамічна маршрутизація з використанням щодобової інформації, без прогнозування може забезпечити вчасний збір сміття без переповнення сміттєвих контейнерів з мінімальним пробігом АТЗ. Однак, така задача розв'язана лише для одного АТЗ. На практиці по місту прокладають одночасно декілька маршрутів, рівним за чисельністю експлуатаційному парку АТЗ.

Підхід «розумних» періодів збору сміття модель SWCR є дещо модифікована дослідниками в роботах [7, 8]. Модель поєднується з евристичною процедурою, яка визначає, коли (в який день) слід розпочати планування/перепланування маршрутів, щоб максимізувати прибуток впродовж певного періоду часу. Цей підхід досліджує мінімізацію неефективності ресурсів, а також враховує попередньо визначений рівень обслуговування. Однак, використана авторами модель динамічно покращує отриманий розклад роботи АТЗ лише відносно переповнених контейнерів. Підхід «розумних» періодів збору сміття показує більшу ефективність і якість комунальних послуг, ніж SWCR. Однак моделювання та експерименти зроблені дослідниками, стосуються лише одиничних автомобілів. Результати застосування парків АТЗ на зборі сміття невідомі.

Час руху сміттєвозів на маршрутах є випадковою величиною. Її числове значення залежить від часу доби, коли виконується перевезення, параметрів вулично-дорожньої мережі мегаполісів, типу рухомого складу, який використовується та інших суб'єктивних чинників. Вперше, це було враховано в дослідженні [9]. Метою дослідників було покращити відомі методи динамічної маршрутизації з часовими вікнами у програмах збору відходів. Це пов'язано зі зміною завантаженості АТЗ (ваги зібраних відходів) та його швидкості при зборі відходів від клієнтів. Застосування такого алгоритму планування дає змогу скоротити загальну тривалість збору сміття.

Однак можливість практичного застосування алгоритму не врахована. Не передбачено практичних засобів вимірювання.

Зростання складності методів й алгоритмів планування маршрутів збору ТПВ пов'язано з тим, що кількість пунктів мережі сміттєвих контейнерів мегаполісу зростає [4]. Разом з нею зростає розмірність задачі маршрутизації й складання розкладів. Тому більшість відомих методів базується на евристичних та метаевристичних алгоритмах, тобто таких, де немає чіткої логіки в моделі прийняття рішення. Автори оглядової статті [10] стверджують, що не зважаючи на те, що для задач маршрутизації розроблено достатньо, задовільних методів немає.

Процеси збору і доставки на утилізацію сміття, які оснащені засобами он-лайн контролю параметрів руху автомобілів вважають частиною «розумних» міст. Однак, у статті [11] на основі огляду відомих досліджень було вказано, що можливість майбутньої роботи «розумних» міст базується на підтримці й залучення усіх зацікавлених сторін, особливо громадян, до процесів прийняття рішень. Таким чином, обсяг даних майбутніх систем збору ТПВ зростатиме зі значно більшою інтенсивністю, що ускладнить застосування сучасних алгоритмів. Проте автори не врахували у своїх висновках, що більшість процесів, якими управляють «розумні», штучно створені системи, є циклічними [12]. А це означає, що інформація про виконання завдань систем акумулюється, рішення стають більш надійними і виваженими.

У статті [12] представлений історичний огляд та останні розробки змішаних розмальовок графів у світлі проблем планування маршрутів АТЗ з критерієм *makespan*. Змішаний граф містить як набір дуг, так і набір ребер. У літературі розглянуто два типи розмальовок вершин змішаного графа та одне розфарбування дуг і ребер змішаного графа. Проблема планування сукупності АТЗ на мережі за критерієм *makespan* можна інтерпретувати як оптимальне забарвлення вершин змішаного графа, де кількість використовуваних кольорів (хроматичне число графа) є мінімальна.

У статті [16] досліджується стохастичний варіант проблеми маршрутизації АТЗ, де невизначеними є як розташування клієнтів, так і обсяги перевезення. Створена модель децентралізованої системи прийняття рішень, де АТЗ автономно встановлюють свої маршрути відповідно до спостережуваного стану системи. Це дозволило різко зменшити розмірність задачі, що привело до можливості отримати гарантовані точні розв'язки задачі з великою кількістю початкових вхідних даних. Такий підхід є слушним для сформульованої нами проблеми, однак саме для цієї задачі дослідники надали формулювання, засновані на процесах прийняття рішень Маркова, що є неефективним при розвитку «розумних» систем мегаполіса.

У роботі [17] розглянуто проблему планування та маршрутизації збору відходів без встановлення періодичності маршрутизації. Проте цей вибір збільшує складність вирішення моделі і нівелює можливість застосувати динамічну маршрутизацію для забезпечення найкоротших маршрутів при ранньому наповненню контейнерів.

Задачі математичного програмування є основними засобами для математичного формулювання проблеми динамічної маршрутизації збору і транспортування сміття. Незважаючи на їх велику різноманітність, кількість формулювань продовжує зростати і залишається актуальним питання їх адаптації під конкретні формулювання. Зокрема, у статті [18] представлено нещодавно розроблену модель змішаного цілочисельного програмування (МЗЦП) для задачі селективного збору ТПВ із часовими вікнами, обмеженим гетерогенним парком та різними сортами ТПВ, які збираються окремо. Разом з цим задачі математичного програмування володіють вагомим недоліком, за якого їх неможливо застосувати для циклічних проблем – вони не відображають фізичної суті процесів, які контролюють.

У роботі [19] запропоновано модель оптимізації маршрутів збору ТПВ, а також викидів забруднюючих речовин. Спочатку план перевезень розробляється в статичному контексті, а потім він інтегрується в динаміці за допомогою мульти-агентного моделювання. З оптимізованих результатів

встановлено, що вартість збору ТПВ та викиди забруднюючих речовин скорочується завдяки двох-стадійному підходу. Однак питання про забезпечення алгоритму вхідними даними в роботі не вирішено.

Вагомою цінністю статей [20, 21] є опис математичної моделі традиційної та кібер-фізичної системи управління відходами, яка описує вплив технологій Індустрії 4.0, таких як RFID, хмарні та туманні обчислення, аналіз великих даних. Науковий внесок роботи [22] – це математичне моделювання та оптимізація процесів збору відходів на основі оптимізації на основі бінарного алгоритму. Проте така інтелектуальна технологія в все ще знаходиться на ранній стадії, але її потенціал потребує подальшого вивчення.

1.2 Аналіз відомих методів динамічної маршрутизації

Проблема оптимальної маршрутизації декількох транспортних засобів в умовах невизначеності має декілька аспектів і, відповідно, декілька напрямків, по яких вченими ведеться пошук ефективних алгоритмів і методик її вирішення. Основна проблема полягає у тому, задача ця є NP-складною і, відповідно, не має точного гарантованого розв'язання за допустимий час [23]. Тому розробляються нові та модифіковані евристичні алгоритми, які відрізняються ознаками оптимальності [24-26]. Однак, усі сучасні спроби удосконалити евристичні алгоритми – це прилаштування відомих алгоритмів до змінених початкових умов. Наступна за значимістю проблема, яка підвищила актуальність розв'язання задач маршрутизації, полягає у зростанні обсягів вхідних даних. Це пов'язано із глобалізацією транспортної мережі, зростанні чисельності парків транспортних засобів та їх кооперації [27].

Задачі мульти-агентної маршрутизації (МAM) на даний час можна з допустимою точністю розв'язати за прийнятний час, якщо їх кількість не перевищує 200 при кількості агентів 1-2. Збільшення кількості агентів кратно збільшує розмірність задачі [28].

МММ часто зустрічається у різних формулюваннях стосовно конкретних умов. Це означає, що на загальну задачу накладають часткові обмеження, які стосуються часових вікон [29], складу парку [30], обмеження по маршрутній мережі [31, 32] тощо. Чималою успіху досягли також засоби послідовної (динамічної) маршрутизації, коли загальну громіздку задачу великого періоду розбивають на прості відносно дискретного вхідного потоку даних. У цьому плані перспективними визнано алгоритми з кластеризацією вхідних даних [33], методи послідовного наближення рішень, у т.ч. постадійне розв'язування загальної задачі [34], лінеаризація початкової моделі [29].

У статті [30] було відмічено, що для маршрутизації сміттевозів дотепер не використовуються ефективні комп'ютерні засоби прийняття рішень. Авторами було запропоновано розв'язувати задачу маршрутизації АТЗ для роздільного збору ТПВ з допомогою алгоритму пошуку великого сусідства. На конкретному прикладі мегаполіса Польщі показано, що задача відноситься до таких, що містить велику множину вхідних даних, через це її розв'язання є ускладненим, а подеколи – неможливим. Однак в дослідженнях не бралась до уваги фактична інтенсивність нагромадження сміття в сміттєвих баках, що в принципі не вирішує сформульовану проблему.

Проблема послідовної маршрутизації транспортних засобів – це довготривала проблема, яка відповідає таким вимогам узгодженості разом із традиційними обмеженнями щодо місткості транспортного засобу та тривалості маршруту. У літературі пропонується декілька евристик, але немає точного методу для вирішення цієї проблеми. Найсучасніший точний метод вирішення задачі маршрутизації транспортних засобів (МТЗ) – генерування стовпців, застосовуваний до формулювань на основі маршрутів, у яких стовпці генеруються за допомогою динамічного програмування [35]. Однак, цей метод не може бути успішно поширений на МТЗ, оскільки лінеаризація властивостей маршрутів є недостатнім засобом для адекватного відображення цілей. У статті [36] вперше запропоновано точний метод для

МТЗ, який може вирішувати екземпляри задач середнього розміру з п'ятиденним терміном планування обслуговування до 30 клієнтів. Використовуваний як самостійна евристична система, МТЗ здатна значно покращити якість рішення на прикладах еталонів з літератури в порівнянні з найсучаснішими евристичними засобами.

Інші евристичні алгоритми використовують модифікації методів табу-пошуку [36, 33], найближчого сусіда [37], мурашині алгоритми [38], відпалу [39]. Також використовуються гібридні, комбіновані та багатостадійні алгоритми, які базуються на комбінації простіших евристик. В роботі [36], наприклад, розглянуто задачу маршрутизації, коли перевізник повинен виконати замовлення клієнтів за допомогою обмеженої кількості транспортних засобів з обмеженою вантажомісткістю впродовж дискретного періоду часу. Мета полягає в тому, щоб мінімізувати загальну вартість доставки вантажів, яка включає вартість витрат перевізника, а також вартість витрат споживачів. В роботі поєднано пошук оптимальних маршрутів методом табу та математичного програмування.

Якщо порівнювати евристичні методи з точними методами, то для розмірності задач понад 600 пунктів, евристика знаходить лише 192 (48%) випадки оптимуму над 402 можливими екземплярами з відомими оптимумами і покращує 125 нижніх оцінок. Комбіновані евристичні методи, протестовані на 240 великих екземплярах (з 200 клієнтами), для яких невідомі оптимальні рішення, покращує найкраще рішення для 220 (92%) із 240 екземплярів. Однак комбіновані методи також залишаються обмеженими по розмірності.

Застосування до задач маршрутизації відомих обмежень скорочує їх розмірність, але не знижує складність пошукового алгоритму. Так, наприклад, для МТЗ за критерієм мінімуму загальних експлуатаційних витрат, з обмеженням на кількість АТЗ, та застосування часових вікон створено двох-об'єктну оптимізаційну модель [37]. Гібридний алгоритм, що використано тут, складається з покращеного алгоритму кластеризації k-

методів та покращеної оптимізації багатоцільового рою частинок, на основі динамічної стратегії вставки (IMOPSO-DIS). Алгоритм успішно застосовано для пошуку близьких до оптимальних рішень для вказаної проблеми. Робота вирізняється покращеним алгоритмом кластеризації серед k -методів.

У дослідженні [38] представлено уніфікований точний метод вирішення розширеної моделі проблеми МТЗ, яка називається проблемою гетерогенної маршрутизації транспортних засобів (ГМТЗ), де використовується змішаний парк вантажівок, що мають різну вантажомісткість, маршрути та фіксовані витрати, які не залежать від маршрутів доставки. Модель ГМТЗ, розглянута в [38], містить окремі випадки: ГМТЗ з одним пунктом відправки, усі інші варіанти ГМТЗ, представлені в літературі [40,41,42,43]. У роботі [41] представлено точний алгоритм для ГМТЗ, який використовує три типи обмежувальних процедур, заснованих на лінійній релаксації та на Лагранжевій релаксації математичної моделі. Обмежувальні процедури дозволяють зменшити кількість змінних задачі, щоб отриману задачу можна було розв'язати за допомогою цілочисельного лінійного програмування.

Великі результати обчислень щодо основних прикладів з літератури різних варіантів ГМТЗ, МТЗ показують, що запропонована нижня межа досягнутого рівня критерію розв'язку є кращою за представлені в літературі, і що точний алгоритм може вперше вирішити кілька тестових екземплярів усіх розглянутих типів задач. Для варіантів, які вже вивчені в літературі, результати наших обчислень показують, що нові обмеження є жорсткішими, ніж інші. Точний алгоритм розв'язування кількох тестових екземплярів усіх розглянутих типів задач може допускати розв'язування задачі розмірністю до 199 клієнтів включно [28].

Серед багатьох варіантів задачі ми розглядаємо тут МТЗ з обмеженою відстанню (ОВМТЗ), де загальна відстань, пройдена кожним транспортним засобом у розв'язанні, є менша, або дорівнює максимально можливій відстані за фіксований період. Проблема має багато застосувань у реальному житті, і

немає жодного точного алгоритму за поліноміальним часом для вирішення проблеми, і навіть екземпляри невеликого розміру можуть вимагати тривалого часу обчислень [44]. Однак є деякі ситуації, коли потрібне точне рішення. Тому ми шукаємо точне рішення проблеми і відповідно розробляємо алгоритм лексичного пошуку, щоб отримати точне рішення проблеми, і представляємо рішення для ОВМТЗ за допомогою деяких екземплярів МТЗ різного розміру.

Проблему стохастичної природи МТЗ стосовно збору і вивезення побутового сміття практично вирішують двома шляхами. Перший – це тривалий збір і обробка апостеріорної інформації і прогнозування обсягів на майбутні періоди [45]. Інший шлях спирається на сучасний рівень технологій, який дає можливість комунальним службам застосовувати засоби дистанційного контролю за процесом наповнення смітєвих контейнерів [46]. Однак використання автоматизованих засобів обліку не сприяє вирішенню проблеми у повній мірі. Поточна і ретроспективна інформація уточнює прогноз про обсяги перевезення сміття. Доступні прогнози не відповідають методиці складання маршрутів поїздок автомобілів-смітєвозів. У більшості випадків перехід муніципальної системи утилізації сміття на автоматизований рівень стримується через економічні фактори. Часто територіальні громади мегаполісів є фінансово неспроможними дообладнати усі смітєві контейнери мегаполісу телеметричними засобами.

Підсумовуючи зроблений огляд, відмітимо, що усі спроби удосконалення евристичних алгоритмів пошуку найвигідніших маршрутів для множини транспортних засобів спрямовані на те, щоб отримати найкраще точне рішення задачі великої розмірності при обмеженій достовірній початковій інформації. Найбільш вдале створення такого алгоритму подано у статті [44]. Авторами була виконана спроба отримати точне рішення МТЗ, використовуючи точний метод. Добре відомими точними методами є підходи на основі «гілок і меж» та лексичний пошук. Підхід лексичного пошуку виявляється кращим, ніж підхід з розгалуженнями

для МТЗ [47]. Однак, у статті [44] автори провели верифікацію алгоритму, заснованого на рекурсивних процедурах, що, як відомо, при великих розмірах матриць вхідних даних приводить до експоненціального зростання необхідного обсягу пам'яті, якщо використовувати комп'ютерну техніку. Оскільки ГМТЗ є узагальненням МТЗ, тому ми використовуємо модифікований алгоритм лексичного пошуку з використанням обмежень на кількість пунктів, які потрібно відвідати транспортному засобу. Мета такої модифікації – отримати точне рішення МТЗ та порівняти запропонований алгоритм із існуючими точними методами на деяких екземплярах [38] з різною кількістю залучених вантажівок.

1.3 Аналіз транспортно-технологічних процесів на практиці

Зі зростанням географічного розміру і чисельності населення мегаполісів інтенсивність утворення побутових відходів у них зростає. Одночасно посилюються також вимоги до переробки відходів, що передбачає їх сортування як на етапі нагромадження, так і при зборі й утилізації. Усе це суттєво ускладнює використання автотранспорту, який є головною ланкою в комунальній системі міст. На фоні того, що вимоги до його екологічності також зростають, автомобілі-сміттєвози мають використовуватись з максимальною продуктивністю, на найбільш ощадних режимах. Це означає, що загострюється потреба виконувати максимальний обсяг перевезень, забезпечуючи якнайменший пробіг по вуличній мережі мегаполіса. У зв'язку з цим актуальність задачі МТЗ, які працюють на збірних маршрутах, є надзвичайно високою. Однак, успішно вирішити ці задачі перешкоджають дві проблеми. По-перше, транспортні мережі збору сміття є дуже громіздкими. Наприклад, кількість контейнерних майданчиків, які потрібно відвідати автомобілям в населеному пункті з чисельністю близько 1 млн. осіб і густиною розселення 116 осіб на км² коливається в межах 200..300 [25]. Звісно, що кількість таких майданчиків зі збільшенням масштабу міста також

пропорційно зростає. Крім того, один сміттєвий контейнерний майданчик складається з декількох контейнерів за сортами сміття. Сортамент сміття відповідає кратності відвідувань автомобілями майданчиків. У деяких країнах кількість сортів сміття є стандартизоване [1]. В інших – виходять з технологічності його переробки [4]. Таким чином, розмір задачі маршрутизації автомобілів-сміттєвозів є одним з найбільших серед задач організації роботи автотранспорту, який обслуговує мегаполіс.

З іншого боку, процес нагромадження сміття є стохастичним за природою. Мешканці міст, підприємства продукують побутові відходи з широким діапазоном інтенсивності. Так, нами було досліджено, що інтенсивність наповнення контейнерів у м. Львів коливається в межах 0,04-0,074 м³/добу по сезонах року. Річний коефіцієнт нерівномірності інтенсивності досягає 1,87 [49]. Намітилась тенденція збільшення цього коефіцієнта зі зростанням чисельності населення міст. В межах одного часового періоду планування маршрутів автомобілів-сміттєвозів нерівномірність обсягів вивезення сміття по території мегаполісу є дещо меншою. Так, коефіцієнт нерівномірності кількості нагромадженого сміття по різних контейнерних майданчиках міста за один і той самий період влітку становить 1,28-1,44, взимку – 1,15-1,37. Отже, не зважаючи на можливість прогнозування, інтенсивність наповнення сміттєвих контейнерів є випадковою величиною з високою дисперсією. При цьому спостерігається значна нерівномірність вхідних потоків сміття як в часі, так і в просторі. Це суттєво ускладнює задачу оперативного планування роботи парку транспортних засобів, які задіяні в перевезенні. Планування здійснюється, переважно, централізовано комунальною службою міста. Однак є відомі приклади, коли зусилля декількох незалежних перевізників зосереджені на території міста [49]. Тоді місця збору відходів є розподілені між цими транспортними підприємствами і між ними точиться конкуренція за якість обслуговування. Таким чином, маршрутизація автомобілів скорочується до зони обслуговування одного підприємства, однак вона стосується оптимізації

декількох паралельних маршрутів з одним пунктом відправлення і одним пунктом прибуття. Це, з одного боку, зменшує розмірність задачі маршрутизації і дає змогу отримати точні розв'язання відомими методами. З іншого боку це відтинає область допустимих рішень від глобального оптимального розв'язання.

Існує також суперечність в методології організації вивезення ТПВ у великих мегаполісах. Комунальні служби до цього часу керуються нормами утворення сміття залежно від чисельності населення. При відсутності достовірної інформації про фактичне нагромадження відходів автомобільні вантажні перевізники намагаються вкорочувати планові збірні маршрути руху сміттєвозів для того, щоб не виконувати зайвий пробіг. При цьому періодичність збору сміття є, як правило, більшою, ніж реальне його нагромадження у контейнерах фіксованого об'єму. Для автомобілів-сміттєвозів важливо є не тільки розробити найкоротший маршрут, але й розклад його виконання з врахуванням інтенсивності нагромадження відходів. Внаслідок відсутності чітких розкладів роботи вантажівок на маршрутах окремі контейнери залишаються переповнені відходами, що порушує умови санітарних норм. З іншого боку, керуючись доступною інформацією про інтенсивність наповнення сміттєвих контейнерів, комунальники не можуть забезпечити експлуатацію вантажівок з близькою до максимальної фактичною вантажомісткістю і скоротити загальний пробіг парку до мінімуму. Цьому перешкоджає досить високий рівень нерівномірності транспортних завдань і високий рівень невизначеності умов маршрутизації.

Транспортна мережа збору ТПВ являє собою множину пунктів – контейнерних майданчиків міста й автомобільні дороги, які сполучають ці майданчики [48]. В загальному випадку мережа і, відповідно, задача можуть бути несиметричними, тобто $d_{i,j} \neq d_{j,i}$, де $d_{i,j}$ – відстань між i та j пунктами. На кожному контейнерному майданчику є декілька контейнерів, які можуть відрізнятися за сортами відходів. Рівень наповненості кожного контейнера –

випадкова величина Q_i , яка залежить від інтенсивності його наповнення μ_i . Комунальне підприємство обслуговує обумовлену кількість контейнерних майданчиків. Для цього використовується обмежений парк автомобілів-сміттевозів, вантажомісткість яких є різною і становить від 9 до 24 контейнерів ємністю 1 м^3 . Автомобілі відправляються на збірні маршрути з одного спільного депо, збирають відходи із закріпленої території, вивозять їх на переробні заводи і повертаються в депо. Таким чином, планові маршрути автомобілів є збірними, циклічними. Планування роботи парку здійснюється циклічно. Кількість контейнерів, які заплановані для розвантаження за один цикл, є змінною величиною і залежить від інтенсивності їх наповнення. Цикл планування формується з міркування зайнятості персоналу комунального підприємства. На початку кожного циклу, припускаємо, є відомим рівень наповнення сміттям кожного контейнера з допустимою точністю, у відсотках від максимального наповнення. Потрібно скласти найкоротші маршрути для кожної вантажівки так, щоб сумарний пробіг усіх автомобілів за цикл був мінімальним, вантажівки були максимально завантажені відходами у кінці маршруту і щоб в кінці кожного циклу не залишалось жодного контейнера, який є на 100% заповнений, щоб не допустити неналежне нагромадження сміття та антисанітарні умови. Слід відмітити, що задача такого плану цілком підходить під формулювання задачі мульти-агентної маршрутизації, за виключенням двох обмежень: стосовно рівня заповнення вантажівок і допустимих норм зберігання відходів на контейнерних майданчиків. Тому пошук аналогу алгоритму розв'язання задачі при великому об'ємі даних було проведено серед евристичних алгоритмів розв'язків задач МТЗ.

1.4 Висновки за розділом

З аналізу літературних джерел можна зробити такий загальний висновок, що проблема організації збору та утилізації ТПВ на вулично-дорожній мережі мегаполісів є актуальною і, водночас, стала складнішою. На

даний час задачі динамічної маршрутизації сміттєвозів без інформації про інтенсивність наповнення контейнерів не мають змісту. При використанні інтелектуальних систем подання даних щодо збору сміття умови задачі організації перевезень ускладнюються тим, що оптимальні маршрути потрібно встановити з врахуванням наповнення контейнерів. Для ефективного планування потрібно рівномірно розподіляти маршрути по днях календарного періоду планування. А це означає, що процес планування є циклічним. Для циклічних процесів і для зростаючого мегаполісу кількість вхідних даних по нагромадженню відходів дуже стрімко зростає, з іншого боку нагромаджується інформація у вигляді досвіду виконаних перевезень. Також є підстави вважати, що майбутні системи збору сміття повинні враховувати обмін інформацією між усіма суб'єктами процесу збору і утилізації: від громадян – до підприємств переробки. У зв'язку зі зростанням інтенсивності утворення відходів автомобільний транспорт, який використовується в процесі їх збору і транспортування як основний, стає ще однією загрозою забруднення довкілля. Тому усі наступні задачі повинні вирішуватись за критерієм мінімізації його впливу у вигляді, передусім, тривалості транспортних циклів, а також застосування електромобілів та інших заходів по зменшенню шкідливих викидів.

2. РОЗРОБЛЕННЯ ТЕОРЕТИЧНОЇ МОДЕЛІ ПРОЦЕСУ

2.1 Дослідження вхідних потоків

Процес нагромадження сміття є дискретним і стохастичним. Об'єм сміття, який міститься в момент часу t в i -му контейнері зони збору сміття є кусково-монотонна функція з неперервним аргументом $k_i(t)$ (рис. 2.1).

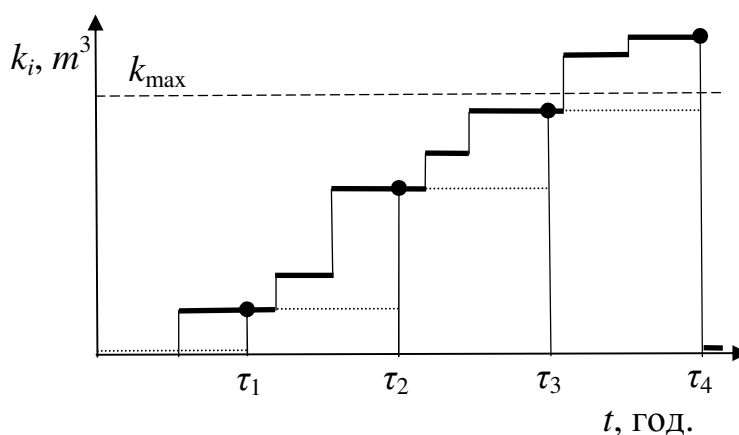


Рисунок 2.1 – Графік нагромадження, контролю та випорожнення сміттьового контейнера при часовій модуляції потоку вхідних даних: $k_{\max}$ – максимальний об'єм контейнера; $\tau_1 \dots \tau_4$ – моменти контролю рівня заповнення контейнера

Графік наповнення контейнерів сміттям є типовим як для систем збору, які оснащені телеметричними засобами контролю об'єму, так і звичайними контейнерами. Їх об'єднує те, що випорожнення баків відбувається у фіксовані моменти часу, які розділені періодом τ – тактом [3, 11]. При наявності сенсорів об'єму випорожнення здійснюється у моменти, коли $k_i \approx k_{\max}$. Іноді встановлюється певний допуск на максимальну величину $k_{\max}$, але його важко забезпечити через фіксовані моменти збору сміття. З графіка видно, що в «розумних» системах збору ТПВ моменти випорожнення можуть настати при τ_4 , а також при τ_3 при наявності допуску. Якщо використовується звичайна система збору, то автомобільні перевізники користуються досвідом попередніх періодів, складаючи розклад збору сміття. Однак, як показано на рис.2.1, інформація про фактичні об'єми є занижена (пунктирні лінії). У

такому випадку настають вимушені відхилення від запланованих маршрутів, пробіг автомобілів-сміттєвозів стає необґрунтовано більшим, санітарні норми вивезення сміття порушуються.

Відповідність апріорної інформації фактичним даним може бути тоді, коли такт контролю є достатньо малим. Але такий потік даних важко забезпечити практично і «розумних» і у звичайних системах збору. Тому розглянемо систему контролю вхідних потоків ТПВ на сміттєвих майданчиках при застосуванні модуляції вхідних даних по величині k_i (рис.2.2). Як видно з рис.2.2, процес збору сміття у даному випадку підпорядковується потоку контрольних даних по об'ємах наповнення.

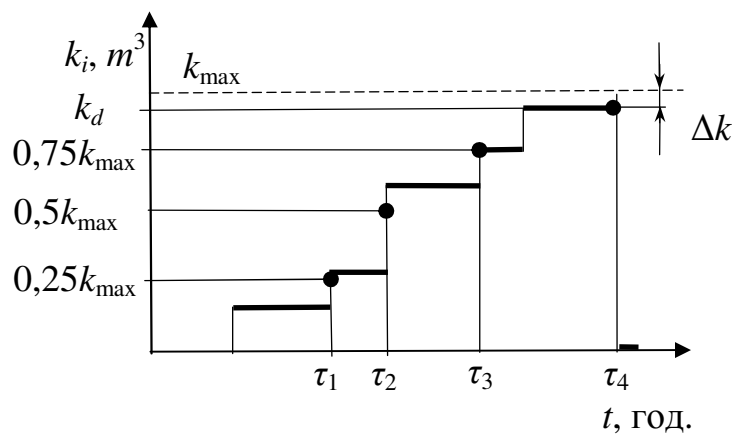


Рисунок 2.2 – Графік нагромадження, контролю та випорожнення сміттевого контейнера при модуляції процесу за об'ємом наповнення: k_d – допустимий фактичний об'єм контейнера; Δk – рівень заповнення

2.2 Структурна модель процесу

Потрібно чітко встановити допуск на максимальне заповнення контейнерів Δk , який є мірою невизначеності процесу наповнення. Інша відмінність такого підходу: контейнери можуть спорожнюватись раніше, ніж у момент τ_4 . Вибір моменту спорожнення кожного конкретного контейнера залежить від спланованого маршруту руху АТЗ і побудованого оптимального розкладу збору сміття на території мегаполісу. Таким чином, здійснивши «прив'язку» розкладу до моментів досягнення запланованого рівня

наповнення контейнерів, ми задаємось більш жорсткішими часовими зв'язками між операціями випорожнення сміттєвих контейнерів. Ці зв'язки можна відобразити з допомогою наступних залежностей. Нехай середня інтенсивність нагромадження сміття в i -му сміттєвому контейнері μ_i є величина стала, і з достатньою точністю апіорно відома, з досвіду попередніх операцій по збору сміття на i -му контейнері, або ж ця величина зчитувалась з телеметричних сенсорів об'єму. Враховуючи дискретний характер процесу нагромадження сміття, інтенсивність наповнення контейнера можна записати таким чином:

$$\mu_i = \frac{k_{d.i}}{\tau_i}, \quad (2.1)$$

де $k_{d.i}$ – допустимий фактичний об'єм контейнера, який потрібно вивантажити, м^3 ; τ_i – такт надходження даних про наповнення i -го контейнера.

Враховуючи те, що операція вивантаження контейнера має співпадати з моментом часу, коли контейнер наповнено, то такт τ_i – це величина між моментом початку і завершення i -ї операції, яка періодично повторюється.

Збирання сміття з контейнерних майданчиків здійснюється циклічно. Цикл збору сміття – це сукупність операцій по вивантаженню контейнерів у один автомобіль-сміттевоз. Цикл збору займає час між моментами відправлення порожнього АТЗ на маршрут до моменту вивантаження АТЗ на сміттєвому полігоні, або на сміттєпереробному заводі. Кожна i -та операція, яка стосується випорожнення i -го контейнера може виконуватись від циклу до циклу зі змінною послідовністю відносно інших операцій (рис. 2.3).

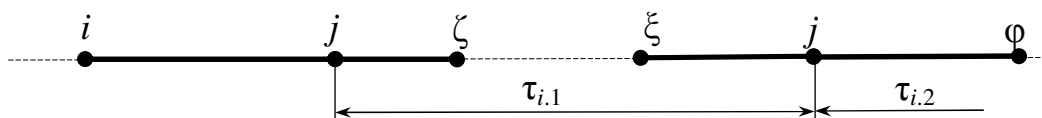


Рисунок 2.3 – Схема циклу виконання j -ї операції процесу збору сміття: $\tau_{j,1}$, $\tau_{j,2}$ – такт циклічного повторення j -ї операції

На рис. 2.3 позначено крапками моменти початку виконання відповідних операцій – $t_{b,i}$, $t_{b,j}$, $t_{b,j+1}$, ..., $t_{b,i+\xi}$, $t_{b,i+\varphi}$. Тривалість виконання будь-якої i -ї операції залежить від того, яка операція виконувалась перед одним і тим ж АТЗ. Адже виконання операції складається з таких прийомів як під'їзд і позиціонування сміттевоза біля контейнерів, підготовчі прийоми, завантаження, рух з вантажем до наступного контейнерного майданчика. Тривалість кожної операції є випадкова величина від циклу до циклу. У цій статті ми використовуємо її гарантоване числове значення, яке не перевищує з вірогідністю 0,995 деяку максимальну величину. Позначимо цю гарантовану тривалість як $a_{i,j}$. Таким чином, момент завершення i -ї операції визначимо як:

$$t_{e,i} = t_{b,i} + a_{i,j}, \quad (2.2)$$

На рис. 2.3 тривалість виконання операції j у першому циклі становить $a_{i,j}$, а у другому – $a_{\xi,j}$, що є різними числами. Також такти різних циклів для однієї і тієї ж операції можуть відрізнятись, тобто в загальному випадку може виконуватись умова: $\tau_{i,z} \neq \tau_{i,z+1} \neq \tau_{i,z+w}$. Однак, враховуємо прийняте вище припущення про те, що рівень наповнення одного і того ж контейнера від циклу до циклу має бути сталим, тобто, виходячи з виразу (1), $\tau_{i,z} = \text{const}$, де z – номер циклу. Це також означає, що розклад операцій можна складати на один цикл роботи АТЗ, і він буде проектуватись на декілька послідовних циклів з метою забезпечення однозначності. Враховуючи те, що парк автомобілів-сміттевозів одного підприємства є пов'язаний спільним виробничим завданням, однозначний розклад потрібно складати для усієї сукупності АТЗ у парку. Однозначний розклад задається одним із можливих способів:

- а) множинами моментів початку операцій $\{t_{b,1}, t_{b,2}, \dots, t_{b,N}\}$ і дійсних значень $\{a_{i,j}\}$, де $i \neq j$, $i, j = 1..N$, N – загальна кількість контейнерів в зоні обслуговування;
- б) множинами моментів $\{t_{b,1}, t_{b,2}, \dots, t_{b,N}\}$ і $\{t_{e,1}, t_{e,2}, \dots, t_{e,N}\}$, враховуючи те, що $t_{b,z} \neq t_{e,z}$;

с) множинами моментів завершення операцій $\{t_{e.1}, t_{e.2}, \dots, t_{e.N}\}$ і значень $\{a_{i,j}\}$.

У цьому дослідженні нами прийнято, що жодний сміттєвоз не буде мати часової затримки з виконанням операцій і транспортного циклу зокрема. Тому має строго виконуватись умова (2.2), або ж умова:

$$t_{e.j} - t_{e.i} = e_{i,j}, \quad e_{i,j} \neq a_{i,j}, \quad (2.3)$$

де $e_{i,j}$ – часовий зв'язок моментів завершення двох послідовних операцій.

Для розкладу операцій зі збору сміття, у якому будь-які дві операції i, j , які можуть виконуватись в довільній послідовності, і між ними може бути довільна кількість інших операцій, згідно з теорією активних оптимальних розкладів [22] повинна виконуватись вимога:

$$t_{b,i} = \max_{1 \leq j \leq N} (0, v_{j,i}), \quad (2.4)$$

де $v_{j,i}$ – ланцюг операцій від операції i до операції j найдовшої тривалості.

Також відома вимога однозначності розкладу [23]. Якщо за умовами задачі операція i має передувати операції j , і ці операції виконує один і той ж АТЗ за один цикл, то повинні виконуватись рівності:

$$t_{b,j} - t_{b,i} = a_{i,j} = -(t_{b,i} - t_{b,j}) = -a_{j,i}, \quad \text{звідки:} \quad a_{i,j} = -a_{j,i}. \quad (2.5)$$

Таку умову можна продемонструвати на прикладі (рис. 2.4).

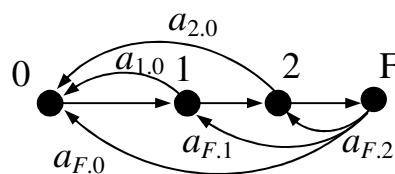


Рисунок 2.4 – Модель зворотних часових зв'язків: 0, F – фіктивні операції

На рис. 2.4 показано модель процесу у вигляді орієнтованого графа, вершинами якого є моменти початку виконання операцій 1, 2 – фактичних, 0, F – фіктивних. Фіктивні операції використовуються тільки для того, щоб окреслити часові межі процесу. Дуги графа $a_{0,1}$, $a_{1,2}$, $a_{2,F}$ мають вагу, яка

відповідає тривалості операцій. Дуги графа $a_{F.1}$, $a_{F.2}$ згідно з виразом (2.5) означають обмеження на часові зв'язки $a_{1.2}$, $a_{2.F}$, тобто:

$$a_{1.2} + a_{2.F} = -(a_{F.1}), \quad a_{2.F} = -a_{F.2}. \quad (2.6)$$

Обмеження (2.6) означають, фактично, що тривалість операцій 1, 2 не повинна перевищувати заданої величини, відповідно $a_{F.1}$, $a_{F.2}$.

Дуги графа $a_{1.0}$, $a_{2.0}$ аналогічно відповідно до виразу (2.5) означають обмеження, що операції 1, 2 повинні розпочатися не раніше, ніж відповідні часові величини $a_{1.0}$ і $a_{2.0}$. Беручи до уваги означення такту операції, можна записати вирази, які пов'язують такт операції зі структурою процесу:

$$\tau_i = -(a_{i.0} + a_{F.i}). \quad (2.7)$$

Для того, щоб автомобілі-сміттєвози використовувались максимально ефективно, потрібно щоб сумарна тривалість їх перебування на маршрутах була мінімальною при умові що увесь обсяг нагромадженого сміття був вивезений на утилізацію за час, який не перевищує санітарних норм. Це означає, що потрібно побудувати такий розклад виконання операцій по збору ТПВ, при якому тривалість процесу відповідатиме умові [14]:

$$T_p = \min \left\{ \max_{0 \leq i \leq N} (t_{b.i} + a_{i.F}) \right\}, \quad (2.8)$$

де $i=0$ – фіктивна операція, яка формально означає старт усього процесу; F – фіктивна операція, яка формально означає завершення усього процесу; $a_{i.F}$ – часові зв'язки кінцевих операцій процесу, які мають значення тривалості доставки зібраних ТПВ цілком заповненими АТЗ до сміттєзвалищ, або переробних заводів.

Обмеження процесу щодо повноти збору відходів означають, що інтенсивність вивезення сміття має визначатись за виразом, з врахуванням формули (2.1):

$$\mu_{out} = \sum_{i=1}^N \mu_i = \sum_{i=1}^N \frac{k}{\tau_i}, \quad (2.9)$$

де μ_i – інтенсивність нагромадження ТПВ в i -му контейнері; k – прийнятий у задачі рівень заповнення сміттєвих контейнерів (у % від k_{max}).

Формулювання задачі є таким. Транспортна мережа міста задана у вигляді графа $G(Q, V)$, вершинами G якого є контейнерні майданчики збору ТПВ, а ребра V – найкоротші відстані між кожною парою вершин. Припускаємо, що $a_{i,j}=a_{j,i}$, тобто матриця інцидентності графа G є симетричною відносно діагоналі. Прийнято, що між будь-якими двома пунктами на транспортній мережі міста існує шлях (мережа – сильно зв’язана), отже відстань між ними відома, але для зручності вона оцінюється опосередковано – часом руху $a_{i,j}$ при відомій сталій середній експлуатаційній швидкості.

Кожен контейнерний майданчик мегаполісу містить сукупність контейнерів, які поділяються за сортом відходів. Кількість сортів визначається законодавчо та на рівні територіальної громади міста. Згідно із технологіями, які використовуються, кожен сорт сміття транспортується на утилізацію окремим АТЗ. Відповідно складаються окремі маршрути. Якщо сортування сміття взято за норму в населеному пункті, то кожен сорт і кожен контейнерний майданчик характеризується інтенсивністю нагромадження μ_i , яка є випадковою величиною і характеризується середнім значенням $\mu_{m,i}$. Серед усіх сортів сміття майданчика є таке, яке характеризується найвищою інтенсивністю нагромадження. Переважно це стосується органічних відходів і пластику [4]. Сміття, посортоване, характеризується також допустимими термінами утилізації, згідно із локально прийнятими санітарними нормами. Таким чином, для кожного контейнера встановлюється допустимий максимальний термін зберігання, навіть якщо контейнер не переповнений. Виходячи з цього, встановлюється тривалість планування перевезень T , яка має бути дотримана з врахуванням обмежень. Особливостями даної задачі є те, що усі пункти транспортної мережі, крім останнього пункту усіх маршрутів, є пунктами завантаження, тобто шукані маршрути є збірними. Також не усі контейнерні майданчики мають бути відвідані сміттєвозами за один цикл, оскільки прийнято підхід про вивезення сміття за рівнем заповнення. Крім того, два різних сміттєвози не можуть заїжджати на один майданчик за один цикл, оскільки все сміття одного сорту вивантажується на

АТЗ при одному заїзді. Враховуючи перелічені умови, задачу можна віднести до складання циклічних унітарних розкладів для потокового виконання операцій процесу декількома засобами [22]. Тому, плануючи виконання перевезень, потрібно розробити, з одного боку, найкоротший за тривалістю маршрут руху для кожного АТЗ, який буде задіяний в процесі, а з іншого – найкращий розклад виконання замовлень для сукупності сміттєвозів при наявності часових обмежень на вивезення вантажу.

На відміну від класичного методу впорядкування змішаних графів, у нашому випадку усю множину контейнерних пунктів відображає неорієнтований граф $G(Q, V)$. Вершина q_0 графа – фіктивна, представляє формальний момент початку усього процесу. Вершина q_F – фіктивна, символізує кінець планового циклу тривалістю T . V – множина ребер, кожне з яких відображає часові зв'язки $a_{i,j}$ та $a_{j,i}$ між моментами початку виконання i -ї та j -ї операції одним і тим ж АТЗ. Якщо між вершинами q_i , q_j графа G є ребро, то це означає їх часову незалежність і відповідні операції по обслуговуванню i -го та j -го контейнера виконуватимуться одночасно, або з частковим перекриттям у часі різними АТЗ. До процесу перевезення може бути залучено R транспортних засобів. Вони повинні працювати синхронно, виконуючи по декілька завантажень послідовно. Це означає, що у графі G потрібно знайти R шляхів, які починаються у вершині q_0 , проходять через деякі вершини графа, які стосуються наявних контейнерів і закінчуються у вершині q_F . У даному варіанті задачі шукаємо мінімальний час виконання усіх операцій наявними АТЗ. Тому шукані ланцюги вершин мають проходити по тих вершинах, для яких $a_{i,j} > 0$. Якщо $a_{i,j} = \infty$, то це означає, що j -та операція не може виконуватись вслід за i -ю. Ланцюг доходить до вершини i , а далі нема жодного шляху у графі G з невід'ємною, або ненульовою вагою, то ланцюг при цьому прямує до вершини q_F . Транспортний цикл для цього автомобіля вважатимемо завершеним, незважаючи на те, що є резерв часу на виконання інших, ще не виконаних замовлень. Задача в такому

формулюванні є схожа на типову задачу декількох комівояжерів [10] з відмінностями:

- 1) період планування T є наперед заданою величиною;
- 2) довжина будь-якої ланки будь-якого ланцюга є величиною змінною і залежить від послідовності виконання операцій;
- 3) кожна операція має обмеження стосовно моменту початку і моменту завершення її виконання.

Алгоритм розв'язування задачі є таким. Множина готових для виконання операцій формується впродовж періоду T . Між кожною парою вершин, що символізують операції, проставлено ребро з відповідними вагами $a_{i,j}$, $a_{j,i}$. Кількість АТЗ R – обмежена. Потрібно побудувати розклад виконання заданих операцій по збору сміття, тобто для кожної операції вказати момент її початку $t_{b,i}$ і часовий зв'язок з наступною операцією $a_{i,j}$, а також номер АТЗ, який цю операцію виконає. Оптимальним вважається розклад для якого виконується критерій (2.8).

Пошукова частина запропонованого алгоритму базується на методі «розділяй і пануй». Для цього відомий алгоритм побудови оптимального розкладу [22] адаптовано до умов поставленої нами задачі. Означимо деякі використані терміни. Шляхом в графі $G(Q, U, V)$ називається послідовність дуг $U_k = \{(q_1, q_i), (q_i, q_j), \dots (q_x, q_p)\}$, де всі вершини $q_i \dots q_p$ – різні, а початкова і кінцева – можуть збігатись. Контур – це замкнутий шлях в графі G . Вагою шляху назвемо суму ваг дуг, що входять до нього. Вага шляху виражається чисельно в межах інтервалу $(-\infty, +\infty)$, тобто є дійсним числом. В зв'язку з цим використовується термін контур, або шлях додатної (або від'ємної) ваги. Шлях найбільшої додатної ваги в графі G , що з'єднує i, j вершини, позначимо ϑ_{ij} . Якщо в графі G не існує шляху з вершини i у вершину j через ліквідацію деяких ребер, то $\vartheta_{ij} = -\infty$. Для того, щоб шуканий розклад був однозначним (не було часового неузгодження), потрібно дотримуватися умови (2.3). Момент початку виконання будь-якої i -ї операції шукається із співвідношення (2.4).

Існує взаємно однозначна відповідність між множиною всіх активних розкладів, що побудовані з графа G і множиною $P'(G)$ всіх графів, які не містять контурів додатної ваги. Отже, однозначним вважаємо розклад, що породжений графом G' і не містить контурів додатної ваги, а значить і ребер V . Застосовано послідовний аналіз варіантів з перебором усіх графів з множини P' , і пошуком серед них оптимального за критерієм (2.8). Для організації такого пошуку, з метою уникнути непродуктивного перебору неоптимальних варіантів, використано процедуру послідовного розбивання P' на підмножини за ознакою поточного рекорду за критерієм (2.8) [24].

Зміст операцій з графом $G(Q, U, V)$ полягає в наступному. Якщо дві операції i, j призначені для незалежного виконання різними автомобілями, то ніякий часовий зв'язок між ними не повинен бути, і ребро невпорядкованої моделі G усувається. Якщо ж ці операції виконуватимуться послідовно, незалежно від їх обсягу, то ребро $[i, j]$ замінюється дугою (i, j) ваги $a_{i,j}$, або дугою (j, i) ваги $a_{j,i}$.

Крім оперування з основним графом $G(Q, U, V)$, створюємо і використовуємо допоміжний неорієнтований граф $H_r(Q_r, V_r)$, вершинами якого є операції підмножини Q_r , де $r \leq R$. Кожна підмножина Q_r складається з вершин, які символізують операції, що виконуються одним автомобілем. На нульовому кроці моделювання $Q_r = Q$, $V_r = V$, $H_r(\alpha_0) = H_r(Q, \emptyset)$. Відповідно, кількість таких графів на початку моделювання може бути $r > R$. Далі граф H_r перетворюється так. Якщо операція α_1 з основним графом G є ліквідація ребра $[i, j]$, то граф $H_r(\alpha_1)$ отримуємо з графа $H_r(\alpha_0)$ в результаті додавання ребра $[i, j]$. Якщо операція α_1 – заміна ребра $[i, j]$ однією з дуг (i, j) , або (j, i) в графі G , то граф $H_r(\alpha_1)$ отримуємо з графа $H_r(\alpha_0)$, ототожнивши вершини i, j з однією вершиною. На кожному n -му кроці алгоритму обчислюємо хроматичне число графа $\chi(H_r(\alpha_n))$ за методикою [12]. Внаслідок цього ми можемо визначити обмеження, яке накладає на поточний отриманий варіант розкладу наявна кількість АТЗ [15]:

$$\chi(H_r(\alpha_n)) \leq R. \quad (3.1)$$

Ця умова означає обмежені можливості процесу: виконувати декілька операцій одночасно через відсутність необхідної кількості АТЗ.

Для того, щоб вести цілеспрямований пошук доцільних перетворень в графі G , використано розуміння конфліктного ребра, тобто такого, для якого не виконується умова рівнянь (2.5) і (2.6). Серед конфліктних ребер графа G можна знайти найконфліктніші, тобто такі, перетворення яких приводить до більш ефективного пошукового ефекту. Для цього для кожного конфліктного ребра потрібно знайти величину:

$$h_{ij} = t_{e,j}(G, U) + \vartheta_j(G, U) + a_{i,j} - \vartheta(G, U), \quad (3.2)$$

де $\vartheta_j(G, U)$ – максимальна вага шляху в графі $G(Q, U)$, що починається у вершині q_j ; $\vartheta(G, U)$ – найдовший (критичний) шлях у графі $G(Q, U)$.

Вибираючи найконфліктніше ребро з усіх конфліктних множини $V(\alpha_n)$, керуємось величиною $\min(h_{i,j}, h_{j,i})$. Для якого ребра знайдена величина буде найбільшою, те й назвемо найконфліктнішим.

3. МЕТОДИКА І АЛГОРИТМ ДИНАМІЧНОЇ ОПТИМІЗАЦІЇ РОЗКЛАДУ РОБОТИ АВТОМОБІЛІВ-СМІТТЄВОЗІВ

3.1 Формулювання задачі

Задана транспортна мережа міста, яка складається з n пунктів (контейнерних майданчиків), пункту відправлення автомобілів (депо), який є також пунктом їх остаточного повернення. Приймається, що остаточний пункт вивезення сміття суміщений з депо. Транспортні пункти мережі мають позначення $q_1, q_2, \dots, q_n$, де q_1 – депо автомобілів-сміттєвозів. Відстані між будь-якою парою пунктів мережі є відомі і вони формують симетричну нульову матрицю $A_0=(a_{0.i.j})$. Задача розглядається для кожного сорту сміття окремо. Обсяг наповнення контейнерів є випадковою величиною. Не застосовуючи спеціальних телеметричних засобів, на початок планового періоду перевезень можна стверджувати, що об'єм відходів v_i у i -му контейнері не перевищує числового значення меж наповнення:

$$v_{i.\min} \leq v_i \leq v_{i.\max},$$

де $v_{i.\min}, v_{i.\max}$ – апіорні величини, які з достатньою точністю визначаються з попередніх транспортних циклів вантажівок.

В подальшому величину v_i представляємо як частку від максимального фізичного наповнення контейнера (приймалось, що усі контейнери є однаковими). Таким чином об'єм вантажу у кожному пункті для вивезення можна подати як фіксовану дискретну величину, частку від одиниці. Для збору сміття комунальне підприємство використовує $m=1\dots k$ транспортних засобів, які можуть відрізнитись номінальною вантажомісткістю $V_{k,n}$, яка вимірюється в кількості одиниць розвантажених контейнерів. Вантажівки потрібно використовувати так, щоб за один цикл, кожна з них була завантажена і вивезла об'єм сміття не менше, ніж $V_{k.\min}$, що назвемо мінімальною ефективною вантажністю сміттєвоза. Зміст задачі полягає у тому, щоб розробити такі m маршрутів, які починаються в депо q_1 , проходять через вибрані пункти транспортної мережі, й завершуються також в депо.

3.2 Алгоритм алфавітного пошуку множини найкоротших маршрутів

Множину транспортних пунктів, які усі мають увійти до m маршрутів, вибираємо, виходячи з критерію мінімального загального пробігу вантажівок:

$$L_{\Sigma} = \sum_{i=1}^n \sum_{j=1}^n x_{i,j} \cdot a_{0,i,j} \rightarrow \min, \quad (3.1)$$

де $x_{i,j}$ – бінарна змінна, яка дорівнює 1, якщо шлях $a_{i,j}$ увійшов в сплановані маршрути, або 0 – в протилежному випадку, при обмеженні на мінімальну ефективну фактичну вантажність:

$$V_{k.\min} \leq \sum_i v_i \leq V_{k.c} \quad (3.2)$$

де v_i – об'єм i -х контейнерів, які потрібно вивантажити в один транспортний засіб на маршруті.

Кількість змінних $x_{i,j}$ відповідає розміру $n \times n$ матриці A_0 при $m=1$. Однак, якщо $m>1$, то початкову задачу можна спростити. Якщо у задачу з n пунктами і $m>1$ транспортними засобами ввести $m-1$ фіктивні вершини, то її можна розглядати як звичайну задачу маршрутизації одного комівояжера. Додані пункти приймаються за фіктивні депо, а нульові відстані застосовані між фіктивними депо та іншими пунктами. Щоб обмежити переміщення між фіктивними пунктами відстаням від депо до депо надаються достатньо великі числові значення. Інтерпретацію отриманих результатів пошуку мінімальних маршрутів при $m>1$ подано на рис. 1. Кількість пунктів мережі – 9, у т.ч. депо. Кількість транспортних засобів – 2.

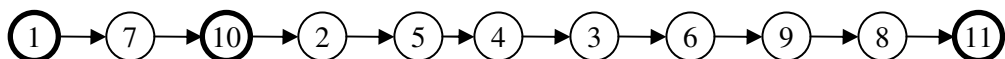


Рисунок 3.1 – Інтерпретація перетворення ГМТЗ у МТЗР: виділені вершини – вершини-депо

В прикладі пошуку маршрутів при $m=2$ знайдено один найкоротший ланцюг вершин графа, який представляє шукані маршрути для транспортних засобів №1: 1–7–1, №2: 1–2–5–4–3–6–9–8–1. Таким чином ГМТЗ перетворюють у МТЗ. Відповідним чином трансформують і матрицю відстаней: до нульової матриці A_0 додають ще $m-1$ стовпців, та $m-1$ рядків, отримуючи матрицю $A_1=(a_{1,i,j})$. Додані елементи матриці A_1 визначаються так: $a_{1,1,j}=+\infty$, $a_{1,j,1}=+\infty$, $a_{1,i,j}=a_{0,i,1}$, $a_{1,j,i}=a_{0,j,1}$, де $+\infty$ – дуже велике число, $j,i=n+1, \dots, m-1$. Після виконаних початкових перетворень до отриманої матриці A_1 застосовано процедуру усунення зміщення [47]. Зміст цієї процедури полягає у тому, що, спочатку з A_1 виділяється *мінімальний стовпець* – $\{a_{1,1,\xi}, a_{1,2,\xi}, \dots, a_{1,n+m-1,\xi}\}$, де ξ – номер того рядка, для якого $a_{1,i,\xi} = \min\{a_{1,j,\xi}\}$. Таким чином, мінімальний стовпець міститиме мінімальні елементи кожного рядка матриці A_1 . Після цього шукаємо нову матрицю $A_2=(a_{2,i,j})$, елементами якої є різниці: $a_{2,i,j}=a_{1,i,j} - a_{1,i,\xi}$, де $a_{1,i,\xi}$ – i -й елемент мінімального стовпця. В подальшому, аналогічно до мінімального стовпця, шукаємо *мінімальний рядок* матриці A_2 . Кожен елемент мінімального рядка $a_{2,\zeta,j} = \min\{a_{1,i,\zeta}\}$. Остаточними елементами матриці A_2 є різниці $a_{2,i,j}=a_{1,i,j} - a_{1,\zeta,j}$, де $a_{1,\zeta,j}$ – j -й елемент мінімального рядка. Матрицю A_2 назовемо матрицею без зміщень. Приклад матриці без зміщень показано в табл.1. Матриця побудована для $n=7$ пунктів, у т. ч. фіктивного й кількості автомобілів $m=2$. Зміщення матриці становить 15,7 км.

Таблиця 3.1 – Початкова матриця без зміщень

998.0	0.7	2.7	1.1	1.7	1.3	0.0	998.0
0.0	997.3	0.0	0.0	0.0	0.0	2.8	0.0
2.0	0.0	996.3	0.0	1.7	1.7	4.5	2.0
0.4	0.0	0.0	997.1	1.7	1.7	4.5	0.4
1.0	0.0	1.7	1.7	995.7	1.7	4.5	1.0
0.6	0.0	1.7	1.7	1.7	995.9	4.5	0.6
0.0	3.5	5.2	5.2	5.2	5.2	998.0	0.0
998.0	0.7	2.7	1.1	1.7	1.3	0.0	998.0

Bias = 15.700

Після цього створюється *алфавітна таблиця*, позначена $Q-A_2$, являє собою квадратну матрицю розміром $n+m-1 \times n+m-1$, створену розташуванням

елементів матриці A_2 в порядку зростання елементів $a_{2i,j}$ по рядках і по стовпцях. Індеси таблиці Q відповідають номерам вершин. Таблиця 2 представляє приклад алфавітної таблиці, створеної для матриці A_2 , наведеної в табл. 1, де Q – пункт, а A_2 – його відстань від відповідного міста в 1-му стовпці.

Таблиця 3.2 – Алфавітна таблиця

Пункт	Q-A	Q-A	Q-A	Q-A	Q-A	Q-A	Q-A	Q-A
1	7-0.0	2-0.7	4-1.1	6-1.3	5-1.7	3-2.7	1-998.0	8-998.0
2	1-0.0	5-0.0	6-0.0	8-0.0	3-0.0	4-0.0	7-2.8	2-997.3
3	2-0.0	4-0.0	6-1.7	5-1.7	1-2.0	8-2.0	7-4.5	3-996.3
4	2-0.0	3-0.0	1-0.4	8-0.4	5-1.7	6-1.7	7-4.5	4-997.1
5	2-0.0	1-1.0	8-1.0	4-1.7	3-1.7	6-1.7	7-4.5	5-995.7
6	2-0.0	1-0.6	8-0.6	3-1.7	5-1.7	4-1.7	7-4.5	6-995.9
7	1-0.0	8-0.0	2-3.5	3-5.2	4-5.2	5-5.2	6-5.2	7-998.0
8	7-0.0	2-0.7	4-1.1	6-1.3	5-1.7	3-2.7	1-998.0	8-998.0

Алгоритм алфавітного пошуку є ефективним для деяких класів складних задач [44], де всі можливі рішення організовані в порядку, подібно як слова в будь-якому словнику, таким чином, що часткове слово позначає блок слів і є лідером блоку. Нижні межі обчислюються для цільової функції для кожного з цих блоків, які порівнюються з поточним «кращим рішенням». Якщо в поточному блоці, що розглядається, не знайдено кращого рішення («слова»), ніж поточне «найкраще рішення», то потрібно перейти з поточного блоку до наступного блоку. Але, якщо межа показує можливість мати краще рішення в цьому блоці, то переходять до його підблоку, об'єднавши поточного лідера з відповідною літерою, а потім обчисливши його нижню межу. Часткове слово (неповний маршрут), що містить деякі пункти, називається *лідером блоку* слів. Для ГМТЗ кожне місто, включаючи фіктивне депо, розглядається як літера будь-якого алфавіту. Тому всі слова (розв'язки) у словнику поділяються на блоки. Розрахувати та знайти компакту нижню межу (infimum) для лідера блоку для цільової функції для ГМТЗ є дуже складно. Тому нами розглядається нижня межа, яка використовується для аналогів [46] і сформульована таким чином. Нехай неповний маршрут буде (q_0, q_1, q_2) , а пункт q_3 вибрано для приєднання. Перед приєднанням до

маршруту чергового пункту q_3 обчислюємо *infimum* для лідера блоку (q_0, q_1, q_2, q_3) . Для цього обчислення починається з другого рядка і продовжується до останнього рядка алфавітної таблиці та підсумовуються відстані до перших доступних для відвідання пунктів, включаючи пункт 1, у кожному рядку, крім q_1 -го і q_2 -го рядків (оскільки ці пункти вже були включені в маршрут). Розрахована загальна відстань є нижньою межею для цього лідера (q_0, q_1, q_2, q_3) . Такий перебір дає змогу значно скоротити кількість варіантів, які розглядаються на предмет вибору найкращого за критерієм сумарної відстані. Так, якщо задано n пунктів і m транспортних засобів, то кількість можливих варіантів маршрутів, які потрібно розглянути при умові повного перебору, становить $(n+m-2)!$. Наприклад, при 7 пунктах і 2-х транспортних засобах кількість варіантів становить 362880. При застосуванні алфавітного алгоритму без додаткових обмежень кількість варіантів перебору залежить від величин матриці A_2 . Чим вищий коефіцієнт нерівномірності числових значень матриці, тим менше варіантів маршрутів доведеться розглядати. Однак, якщо елементи $a_{2,i,j}$ є приблизно однаковими за числовим значенням, що характерно для транспортної мережі мегаполісу, то алфавітний алгоритм не дає відчутного покращення евристичного пошуку [21]. Тому нами було застосовано додаткові обмеження типу (3.2). Обмеження на рівень заповнення контейнерів мають подвійний ефект. По-перше, серед наявних пунктів для складання поточного плану вибирають ті, які найбільш заповнені, що прямо впливає на скорочення цілого маршруту. Таким чином, розмір початкової матриці є скорочений. По-друге, при переборі варіантів, коли є обмеження на максимальну фактичну вантажність транспортного засобу, довжини маршрутів будуть з високою ймовірністю меншими, бо за критерієм $\min\{L_\Sigma\}$ алгоритм приведе до вибору пунктів, де завантаження контейнерів є максимальним. Таким чином, застосування нових обмежень привело до наступної структури модифікованого алфавітного алгоритму. Процедури алгоритму оперують з алфавітною таблицею. Для використання в алгоритмі було запроваджено такі величини.

BS (better solution) – величина, яка знаходиться шляхом порівняння варіантів між різними блоками, внаслідок чого вибирається кращий із наявних лідерів блоку. На початку алгоритму $BS=+\infty$. Згодом його числове значення понижується відповідно до знайдених проміжних результатів і до нижньої оцінки.

Sol (solution) – поточний розв’язок, який враховує довжину часткового слова (маршруту) і нового вибраного шляху, тобто:

$$Sol = L_{1,i} + a_{i,j}, \quad (3.3)$$

де $L_{1,i}$ – відстань від 1-го до поточного i -го пункту лідера блоку.

Алгоритм складається з 11 кроків. Нульовий крок – ініціалізація. Усі інші кроки повторюються циклічно.

Крок 0: Обчислити зміщення заданої матриці відстаней A_1 , побудувати зменшену матрицю відстаней A_2 , а потім – алфавітну таблицю на основі зменшеної матриці. Зафіксувати значення найкращого рішення $BS=+\infty$ (дуже велике число). Оскільки пункт 1 транспортної мережі – це депо, робота алгоритму починається з першого рядка алфавітної таблиці. Встановити $k=1$, значення довжини поточного неповного маршруту $Sol:=0$, а потім перейти до кроку 1.

Крок 1: Перейти до k -го елемента першого рядка алфавітної таблиці, скажімо, пункта q_j з відстанню до поточного пункту $a_{2,k,j}$. Якщо $Sol+a_{2,k,j}<BS$, то перейти до кроку 2, інакше – до кроку 9.

Крок 2: Якщо пункт q_j утворює цикл з пунктом q_k , або поточний пункт k і пункт j – обидва депо, залишити пункт j , встановити $k=k+1$ і перейти до кроку 7, інакше перейти до кроку 3.

Крок 3: якщо відвідано всі задані пункти мережі, обчислити Sol і перейти до кроку 4, інакше перейти до кроку 5.

Крок 4: Якщо $Sol \geq BS$, перейти до кроку 9, інакше виконати $BS:=Sol$ і перейти до кроку 9.

Крок 5: Обчислити нижню межу LB поточного лідера для цільової функції L_Σ , та перейти до кроку 6.

Крок 6: Якщо $Sol + a_{2,k,j} + LB \geq BS$, або внаслідок додавання пункту j до маршруту не виконується умова (2) для будь-якого транспортного засобу серед задіяних в перевезеннях, тоді обминути пункт j , встановити $k=k+1$ і перейти до кроку 7; інакше прийняти пункт q_j в маршрут, обчислити Sol і перейти до кроку 8.

Крок 7: Якщо не усі транспортні пункти ще вибрані, перейти до кроку 1, інакше перейти до кроку 9.

Крок 8: Перейти до підблоку, тобто до q -го рядка алфавітної таблиці, прийняти $k:=1$ і перейти до кроку 1.

Крок 9: Обминути поточний блок пунктів (слово), скинувши пункт q_k , і повернутись до попереднього пункту в процедурі пошуку (скажімо p), тобто перейти до p -го рядка алфавітної таблиці та встановити $k:=k+1$, де k було індексом останнього відвідуваного пункту в цьому рядку. Якщо пункт $p=1$ і усі пункти k уже переглянуті, перейти до кроку 10, інакше – до кроку 7.

Крок 10: Тепер BS є оптимальним значенням рішення щодо зменшеної матриці відстані, а $BS=BS+bias$ є оптимальним значенням рішення щодо вихідної матриці відстаней; перейти до кроку 11.

Крок 11: Поточне слово є оптимальною послідовністю огляду з урахуванням зміненої матриці відстаней. Сформувати маршрути кожного транспортного засобу. Визначити обсяг перевезення.

Запропонований алгоритм було запрограмовано мовою Delphi 10.4. Роботу алгоритму і програми випробувано на даних, отриманих від комунальної служби мегаполісу.

3.3 Застосування алгоритму маршрутизації до комунальної системи

Розроблений алгоритм і комп'ютерну програму було застосовано для визначення планування маршрутів парку автомобілів залежно від ступеня наповнення контейнерів та відповідної періодичності збору сміття. Для цього було використано дані про систему збору сміття в мегаполісі міста Львова.

Сміттєві майданчики в місті Львові (рис.3.2) включають від 1 до 8 контейнерів.

Застосовано сортування сміття на 2-4 види: органічні відходи, скло, папір, пластик. Система утилізації відходів налагоджена так, що збором і транспортуванням сміття займається, переважно, декілька приватних та державних комунальних підприємств (на рис. 3.2 закріплені за ними майданчики позначені 5 різними кольорами).

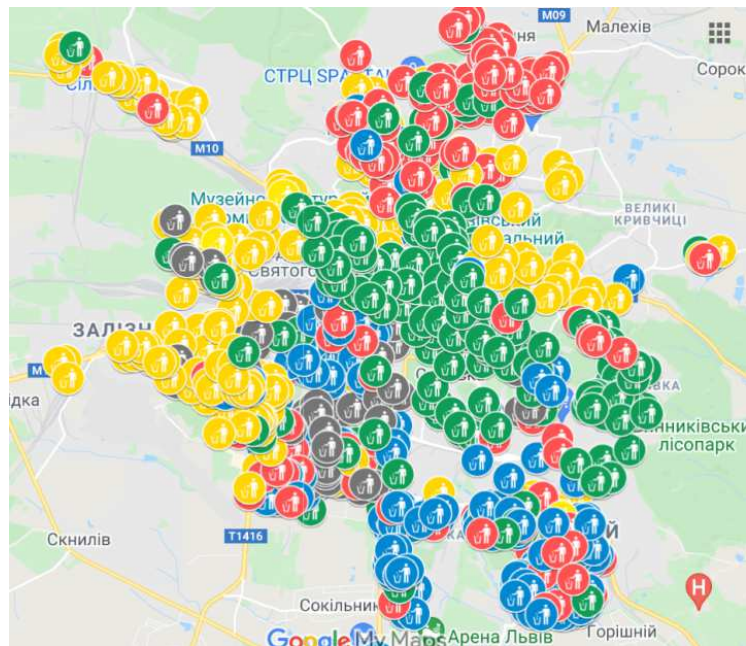


Рисунок 3.2 – Карта розташування сміттєвих майданчиків м. Львів [48]

Точна інформація про інтенсивність нагромадження і вивезення органічного сміття в мегаполісі є недоступна. Однак, у комунальників є апріорна інформація про те, що на початок наступного планового періоду рівень наповнення того, чи іншого контейнера буде приблизно дорівнювати, відповідно 0.2, 0.3, ... 1.0 від $v_{i,max}$. Система збору сміття оснащена засобами телеметричного контролю за розташуванням і рухом АТЗ на маршрутах, тому реальне переміщення та потік вхідних даних про виконання попереднього транспортного циклу групою автомобілів-сміттєвозів фіксується он-лайн. Пристрої для контролю обсягу сміття до утилізації відсутні. Планування роботи сміттєвозів здійснюється на основі нормативів з

вивезення сміття, які найчастіше є заниженими й не відповідають дійсності. Планування вивезення сміття здійснюється на підприємстві потижнево. Одне комунальне підприємство міста обслуговує, в середньому, 240 контейнерних майданчиків. Середня інтенсивність нагромадження сміття в контейнерах становить $0,65 \text{ м}^3/\text{добу}$ з коефіцієнтом нерівномірності 1.87. Діапазон інтенсивності наповнення: $0.34 \dots 1.21 \text{ м}^3/\text{добу}$. Враховуючи таку ситуацію, було обчислено розподіл інтенсивності наповнення контейнерів (табл. 3.3)

Таблиця 3.3 – Априорний розподіл інтенсивності наповнення контейнерів

Інтенсивність, $\text{м}^3/\text{добу}$	менше 0.2	0.2-0.4	0.4-0.6	0.6-0.8	0.8-1.0	1.0-1.2
Кількість контейнерів	118	55	37	27	16	9

Середня інтенсивність нагромадження сміття в місті в літні місяці становить $101,8 \text{ м}^3/\text{добу}$. Враховуючи, що об'єм автомобіля-сміттєвоза, який використовується на утилізації ТПВ, становить 27 м^3 з врахуванням можливості пресування завантаженого, то така інтенсивність відповідає провізній спроможності парку автомобілів комунального підприємства. Допустимий термін нагромадження сміття в баках згідно з санітарними нормами, залежить від категорії сміття. Для органічного сміття, наприклад, він не повинен перевищувати 24 год. Інші види ТПВ – до 72 год. Таким чином, використовуючи дані табл. 3.3, можна на кожен період планування маршрутів визначити ту кількість контейнерів, які будуть готові до розвантаження. І це не мають бути 100% наповнені контейнери. При застосуванні розробленого нами алгоритму необхідність використовувати матрицю відстаней, яка охоплює усю транспортну мережу населеного пункту (усі 240 контейнерних майданчики і депо) зникла. Для побудови найкоротших маршрутів вибирались ті пункти, де априорне завантаження контейнерів є близьким до $v_{i,\max}$. Враховуючи дані табл. 3.3 і параметри парку

сміттевозів, початковий розмір матриці A_0 змінювався від 12 до 74 пунктів при кількості машин, які залучені від 1 до 6.

3.4. Алгоритм побудови оптимального розкладу роботи автомобілів-сміттевозів

За основу методу оптимізації розкладу нами прийнято впорядкування змішаного графа [14, 24].

Розроблений алгоритм складається з одинадцяти кроків.

1. Перевірити, чи граф $G(\alpha_n) = G(Q, U)$ містить контур додатної ваги, де α_n – n -й цикл алгоритму, $n=0,1,\dots$. Якщо такий контур є, то перейти до кроку 10.
2. Знайти ранній початок виконання кожного замовлення за формулою (2.4). Знайти найбільш пізнє закінчення виконання замовлень за формулою (2.2). Якщо знайдені величини не відповідають директивам, то перейти до кроку 10.
3. Знайти множину конфліктних ребер графа $G(\alpha_n)$ і найконфліктніше серед них за критерієм (11). Якщо множина порожня, то перейти до кроку 11.
4. Замінити конфліктне ребро $[i, j]$ в графі $G(\alpha_{n.1})$ дугою (i, j) , в графі $G(\alpha_{n.2})$ – дугою (j, i) ; в графі $G(\alpha_{n.3})$ – знищити ребро $[i, j]$.
5. Створити відповідні допоміжні графи $H_r(\alpha_{n.1})$, $H_r(\alpha_{n.2})$, $H_r(\alpha_{n.3})$. Обчислити хроматичне число кожного з допоміжних графів H_r .
6. Якщо для жодного графа H_r не виконується нерівність (3.1), то перейти до кроку 10.
7. Якщо в графі H_r є петлі, тобто $H_r(i, i)=1$, то перейти до кроку 10.
8. Для графів $G(\alpha_{n.1})$, $G(\alpha_{n.2})$, $G(\alpha_{n.3})$ здійснити по чергові кроки 2, 3, 9.
9. Обчислити нижню оцінку оптимальності шуканого розкладу серед введених графів за формулою (2.8). Якщо $T_p(G(\alpha_n)) \leq T_p(G(\alpha_{n-1}))$, то перейти до кроку 11, якщо ж ні – до кроку 4.

10. Граф вважати G виродженим (в його побудові є недопустима помилка), або обмеження і умови недотримані. Побудувати за графом G однозначний активний розклад – неможливо.

11. Шуканий розклад – $\{t_{b,1}, t_{b,2}, \dots, t_{b,N}\}$. Функцію мети шукаємо за (2.8).

Розроблений алгоритм був запрограмований мовою *Delphi* і застосований як до тестової моделі, так і до масиву фактичних початкових даних.

Тестова модель складалась з п'яти операцій по збору сміття з п'яти різних контейнерних майданчиків, які відображені у вигляді п'яти вершин графа $G(Q, V)$ (рис.3.1). Прийнято, що середня інтенсивність нагромадження сміття на майданчиках є відома і стала величина: $\mu_1 = 0,4 \text{ м}^3/\text{год.}$, $\mu_2 = 0,35 \text{ м}^3/\text{год.}$, $\mu_3 = 0,4 \text{ м}^3/\text{год.}$, $\mu_4 = 0,38 \text{ м}^3/\text{год.}$, $\mu_5 = 0,32 \text{ м}^3/\text{год.}$ Сумарна інтенсивність наповнення контейнерів становить $1,85 \text{ м}^3/\text{год.}$ Допустимий рівень наповнення контейнера – 1.1 м^3 . Вказаний обсяг сміття потрібно вивезти $R=3$ автомобілями-сміттєвозами, кожен з яких має об'єм $5,5 \text{ м}^3$. Тому, якщо буде використовуватись один автомобіль, то сміття потрібно вивезти не пізніше, як за 180 хв. Між кожною парою вершин графа є ребра, ваги яких оцінюються у хвиликах, відповідно: $a_{0,1}=15$, $a_{0,2}=25$, $a_{0,3}=15$, $a_{0,4}=10$, $a_{0,5}=28$, $a_{1,2}=18$, $a_{1,3}=23$, $a_{1,4}=40$, $a_{1,5}=56$, $a_{2,3}=12$, $a_{2,4}=20$, $a_{2,5}=32$, $a_{3,4}=10$, $a_{3,5}=21$, $a_{4,5}=10$. Приймалось, що тривалості операцій забору сміття при русі в обидва боки маршруту є однаковими, тобто $a_{i,j} = a_{j,i}$. «Чиста» тривалість операцій 1 – 5 – це така, яка включає лише витрати часу на завантаження сміття з i -го контейнера і перевезення його до сміттєзвалища. Параметри чистої тривалості операцій: $a_{1,F}=25$, $a_{2,F}=15$, $a_{3,F}=23$, $a_{4,F}=20$, $a_{5,F}=35$. Часові обмеження на моменти випороження контейнерів формуються на основі виразу (2.7). Враховуючи, що допустимий об'єм наповнення контейнерів задано при відомих інтенсивностях можна вказати такі обмеження:

$$a_{1,0} + a_{F,1} = -150 \text{ хв}; a_{2,0} + a_{F,2} = -170 \text{ хв}; a_{3,0} + a_{F,3} = -148 \text{ хв};$$

$$a_{4,0} + a_{F,4} = -160 \text{ хв.}; a_{5,0} + a_{F,5} = -170 \text{ хв.}$$

Враховуючи, що на початку моделювання усі контейнери були порожні, то обмеження стосовно початку кожної з п'яти операцій відсутні.

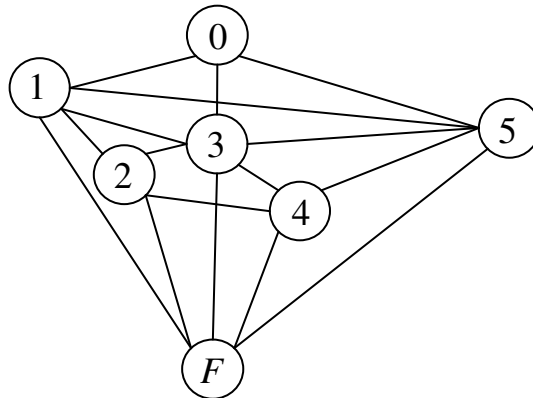


Рисунок 3.1 – Початковий граф – тестова модель для побудови розкладів

Для наближення до реальної ситуації припускаємо, що такі обмеження існують і приймаємо: $a_{1,0} = -30$ хв., $a_{2,0} = -50$ хв., $a_{3,0} = -28$ хв., $a_{4,0} = -40$ хв., $a_{5,0} = -70$ хв.

1. Видаливши ребра між вершинами 1 – 5 графа, перевіряємо, чи граф $G(Q,U)$ містить контури додатної ваги (КДВ). У графі залишились лише шляхи: $0 - 1 - F$; $0 - 2 - F$; $0 - 3 - F$; $0 - 4 - F$; $0 - 5 - F$.

Контурів додатної ваги немає.

2. Обчислюємо ранні початки операцій: $t_{b,1}=15$ хв., $t_{b,2}=25$ хв., $t_{b,3}=10$ хв., $t_{b,4}=28$ хв., $t_{b,5}=22$ хв.

3. Шукаємо конфліктні ребра. Конфліктними будуть такі ребра, для яких виконується парна нерівність:

$$-a_{j,i} \leq (t_{b,j} - t_{b,i}) \leq a_{i,j}. \quad (3.4)$$

Отже, ребро 1 – 2 : $-18 \leq 15 - 25 \leq 18$ є конфліктне.

Ребро 1 – 3 : $-23 \leq 15 - 10 \leq 23$ є конфліктне.

Ребро 1 – 4 : $-40 \leq 15 - 28 \leq 40$ є конфліктне.

Ребро 1 – 5 : $-56 \leq 15 - 22 \leq 56$ є конфліктне.

Ребро 2 – 3 : $-12 \leq 25 - 10 \leq 12$ не конфліктне.

Ребро 2 – 4 : $-20 \leq 25 - 28 \leq 20$ є конфліктне.

Ребро 2 – 5 : $-32 \leq 25 - 22 \leq 32$ є конфліктне.

Ребро 3 – 4 : $-10 \leq 10 - 28 \leq 10$ не конфліктне.

Ребро 3 – 5 : $-21 \leq 10 - 22 \leq 21$ є конфліктне.

Ребро 4 – 5 : $-10 \leq 28 - 22 \leq 10$ є конфліктне.

З усіх величин $h_{i,j}$, обчислених за формулою (3.2), максимальне виявляється для ребра 1 – 5: $h_{1,5}=22 + 35 + 56 - 57 = 56$.

4. Виконуємо операції з найконфліктнішим ребром.

4.1. Спочатку змінюємо ребро [1, 5] на дугу (1, 5). Внаслідок цього ранні початки операцій зміняться: $t_{b,1}=15$ хв., $t_{b,2}=25$ хв., $t_{b,3}=10$ хв., $t_{b,4}=28$ хв., $t_{b,5}=37$ хв. Критичний шлях видозміненого графа: $0 - 1 - 5 - F$. Його вага – 106 хв. Обмеження стосовно такту процесу виконуються.

4.2 Змінюємо ребро [1, 5] на дугу (5, 1). Ранні початки операцій поміняються так: $t_{b,1}=78$ хв., $t_{b,5}=22$ хв. Вага критичного шляху стане 93 хв.

4.3 Знищимо ребро [1, 5]. Це означає, що операції 1 і 5 виконуватимуться незалежно. Ранні початки операцій стануть: $t_{b,1}=15$ хв., $t_{b,5}=22$ хв. Критичний шлях: $0 - 5 - F$, вага – 57 хв.

5. Хроматичне число допоміжних графів становить $\chi_1=2$, $\chi_2=2$, $\chi_3=3$.

6. Хроматичні числа кожного з графів не перевищують значення $R=3$.

7. Допоміжні графи не містять петель, тому усі три варіанти розв'язків є допустимими.

8. Графи зі зміною ребра [1, 5] на дуги і видаленим ребром не містять контурів додатної ваги, тому вони можуть бути основою для побудови допустимого розкладу. Однак, не усі ребра початкового графа є переглянуті, тому визначаємо нижню поточну оцінку критерію.

9. За вагою критичного шляху вибираємо граф, у якому ребро [1, 5] ліквідоване.

Алгоритм повторюється до того часу, поки у початковому графі не буде вибрано усі ребра і виконано дії 2 – 9 з ними. Внаслідок застосування алгоритму отримано остаточний граф, який відповідає усім обмеженням і умовам перевезень і за яким можна скласти найкоротший за тривалістю розклад (рис.3.2).

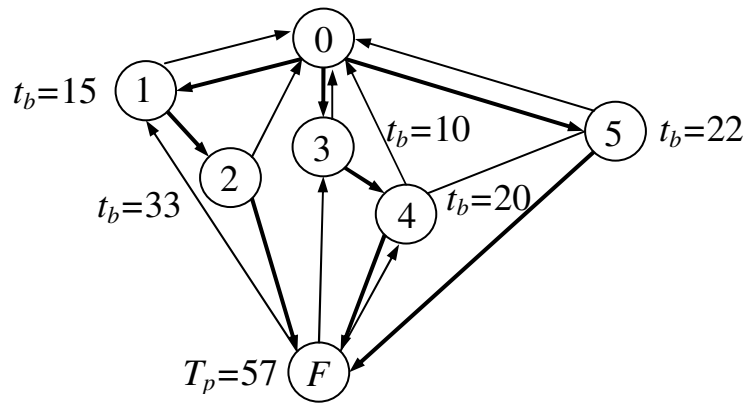


Рисунок 3.2 – Остаточний впорядкований граф без циклів

На рисунку потовщеними стрілками відображені дуги, по яких відбувається потік вантажних автомобілів. Від 0-ї вершини до завершальної F таких потоків є три. Отже задіяно усі три автомобілі. За графом можна скласти розклад, згідно якого максимальна тривалість виконання є у 5-ї операції. За формулою (2.7) обчислюємо такти виконання операцій: $\tau_1=150$ хв., $\tau_2=170$ хв., $\tau_3=148$ хв., $\tau_4=160$ хв., $\tau_5=180$ хв. Таким чином, обмеження усі дотримано. З трьох автомобілів перший зайнятий 48 хв. (операції 1 – 2), другий зайнятий 40 хв. (операції 3 – 4), третій зайнятий 57 хв. (операція 5) впродовж такту 180 хв.

Для того, щоб підвищити ефективність використання автомобілів були розглянуті ще два варіанти, при яких наперед задана кількість автомобілів становить, відповідно, $R=2$ і $R=1$. Варіант впорядкування початкового графа при наявності двох автомобілів показано на рис.3.4.

З рис. 7 видно, що при залученні двох автомобілів тривалість процесу збільшується, але не значно. Умови і часові обмеження виконання перевезень при такому розкладі дотримуються. Перший автомобіль зайнятий 52 хв. Другий – 68 хв. Таким чином, ефективність використання двох автомобілів є вищою.

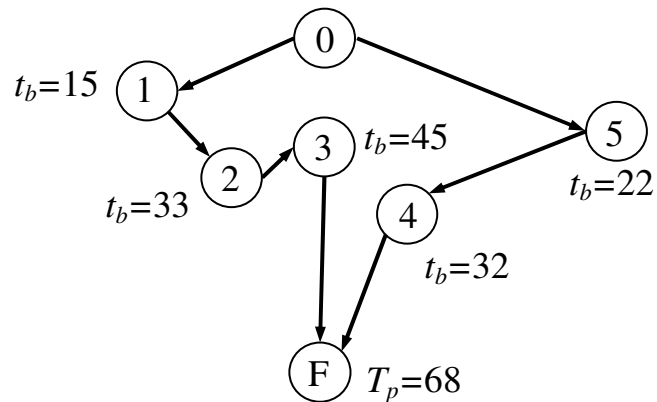


Рисунок 3.4 – Варіант впорядкування графа при заданій кількості автомобілів
 $R=2$

Варіант впорядкування початкового графа при наявності двох автомобілів показано на рис. 3.5

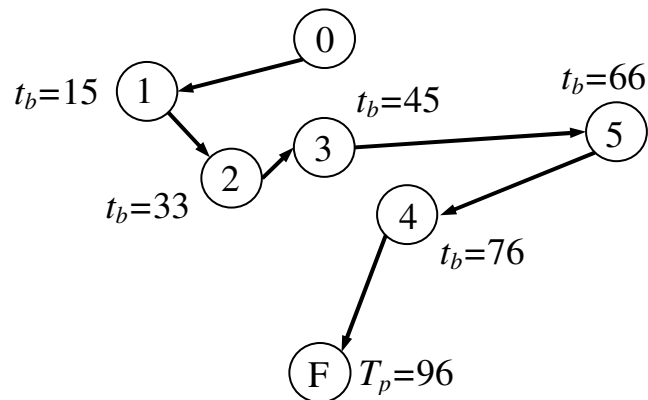


Рисунок 3.5 – Варіант впорядкування графа при заданій кількості
автомобілів $R=1$

Тривалість збору сміття згідно з отриманим розкладом при одному автомобілів становить 96 хв., що значно перевищує попередні результати. Однак автомобіль-сміттєвоз при цьому використовується впродовж понад 50% від його фонду часу. У кожному з трьох отриманих результатів такти операцій дотримуються так, щоб заповнений сміттям об'єм контейнерів не перевищував наперед визначеного рівня. Однак, встановити такий рівень об'єктивно так, щоб забезпечити вищу ефективність використання АТЗ, з одного боку, і дотриматись допустимих термінів вивезення сміття, з іншого, потрібно виконати дослідження впливу рівня заповнення контейнерів на показники процесу.

4. ЕКСПЕРИМЕНТАЛЬНІ ДОСЛІДЖЕННЯ РОБОТИ ПАРКУ СПЕЦІАЛІЗОВАНИХ АВТОМОБІЛІВ

4.1. Хронометражні спостереження за операціями процесу

Ряд однойменних затрат часу утворює хронометражний ряд, який перевіряють на стійкість, тобто визначають фактичний коефіцієнт стійкості:

$$K_{CT\Phi} = \frac{A_{\max}}{A_{\min}}, \quad (4.1)$$

де $A_{\max}$, $A_{\min}$ – відповідно, мінімальне і максимальне значення стійкості хроноряду, с. Порівнюють його значення з нормативним. Значення нормативного коефіцієнту стійкості хронометражного ряду залежить від характеру виконуваної роботи:

при машинній роботі $K_{CT} = 1,7$;

при машинно-ручній – $K_{CT} = 2$;

при спостереженнях за роботою обладнання – $K_{CT} = 2,5$;

при ручній – $K_{CT} = 3$.

Якщо фактичне значення коефіцієнта стійкості є меншим за нормативне ($K_{CT\Phi} \leq K_{CT}$), то вважаємо хронометражний ряд стійким (доброякісним). Якщо $K_{CT\Phi} > K_{CT}$, то ряд нестійкий. В такому випадку необхідно виключити один з крайніх членів ряду (максимальний або мінімальний). Після цього знову визначають фактичний коефіцієнт стійкості. Виключення членів ряду проводять доти, поки $K_{CT\Phi} \leq K_{CT}$. Виключати дозволяється не більше 30% членів хронометражного ряду.

Після розчистки хронометражних рядів від всіх дефектних вимірів визначають середню тривалість досліджуваної операції:

$$A_{cp} = \frac{A_1 + A_2 + \dots + A_n}{Z}, \text{ с} \quad (4.2)$$

де Z – кількість членів хронометражного ряду; A_1, A_2, A_n – члени хронометражного ряду. В рамках даної роботи було проведено

хронометражне спостереження для визначення затрат часу, які вказані в табл.4.1.

Таблиця 4.1 – Результати хронометражних спостережень за витратами часу у процесі збору і вивезення ТПВ

Зміст витрат часу	Хронометражний ряд, с	Коефіцієнт стійкості	Середнє значення, с
Завантаження одного контейнера в автомобіль вантажністю 8 т	66, 69, 70, 70, 72, 72, 72, 84, 85, 85, 85, 88, 90, 92, 92, 94	1,42	82
Завантаження одного контейнера в автомобіль вантажністю 12 т	112, 115, 115, 120, 121, 122, 124, 124, 128, 129, 130, 131, 133, 134	1,19	124,14
Розвантаження одного контейнера з автомобіля вантажністю 8 т	72, 72, 75, 78, 80, 81, 88, 89, 90, 92, 95, 100, 105	1,45	85,9
Розвантаження одного ящика з автомобіля вантажністю 12 т	127, 128, 128, 128, 130, 132, 134, 136, 140, 147	1,16	133,6

Як видно з табл. 4.1, усі хронометричні ряди є доброякісними. Тривалість завантаження 1 контейнера в різні автомобілі є різною, що пояснюється різною пристосованістю цих автомобілів до вантажних робіт. Автомобілі МАЗ є зручнішими для навантаження-розвантаження через заднє завантаження. Тривалість розвантаження є більшою, незалежно від засобів, які використовуються, оскільки під час розвантаження водії та експедитори виконують часткове сортування ТПВ. За початок відліку (початкова фіксажна точка) було прийнято момент позиціонування сміттєвоза біля контейнерного майданчика, завершення відліку – момент складування завантажувального пристрою (кінцева фіксажна точка). Фіксажні точки є сигналами для ввімкнення або вимкнення секундоміра або для зчитування його показів. Для навантажувально-розвантажувальних робіт нормативний коефіцієнт стійкості становить $K_{CT} = 3$. Оскільки, в даному випадку фактичне

значення коефіцієнта стійкості є меншим за нормативне ($K_{стф} \leq K_{ст}$), то вважаємо хронометражні ряди стійкими (доброякісним).

4.2. Визначення фактичних значень середніх технічних та експлуатаційних швидкостей

Середня технічна швидкість автомобілів-сміттєвозів залежить від умов в яких вони працюють. Умови експлуатації автомобіля поділяються на чотири класи: дорожні умови; транспортні; атмосферно-кліматичні умови; культура експлуатації. Середню технічну швидкість нормують виходячи з дорожніх та транспортних умов. Класифікацію дорожніх та транспортних умов а також їх вплив на середню технічну швидкість наведено в літературі [12, 27]. В науковій літературі наводяться розрахункові формули для орієнтовного визначення швидкості залежно від класифікаційних параметрів дорожніх та транспортних умов:

$V_a(\psi) \approx 0,9/\psi$, де ψ – сумарний опір дорожнього покриття;

$V_a(S) \approx 65 - 0,05S$ – при $S < 700$ см/км,

$V_a \approx 27 \dots 25$ км/год – при $S > 700$ см/км, де S – ступінь рівності дороги, см/км;

$V_a(i, h) \approx 65 - 6,7i - 0,0087h$, де i – середній поздовжній нахил дороги, %; h – висота над рівнем моря;

$V_a(U) \approx 65 - 0,013U$, U – інтенсивність руху автомобілів, авт/год.

Як бачимо, з вищенаведених розрахункових формул, залежності стану дорожнього покриття (S), поздовжнього нахилу дороги і висоти над рівнем моря (i, h) та від інтенсивності – мають лінійний характер. Лише залежність швидкості від опору дорожнього покриття (ψ), є гіперболічною. Цю криву $V = f(\psi)$ іноді розглядають як огибаючу кривих характеристик динамічного фактора на різних передачах. У цій роботі середню технічну швидкість ми визначали експериментально. Експеримент полягав у чотирьох наступних

етапах:

- 1) підготовка даних для опитування – класифікація умов експлуатації;
- 2) опитування думок експертів – водіїв та начальника транспортного відділку підприємства;
- 3) опрацювання результатів опитування.

Середню технічну швидкість автомобіля необхідно визначати з врахуванням комплексної дії дорожніх та транспортних умов. Для міста Львова прийнято, що дорожні та транспортні умови на тих шляхах сполучення, через які пролягає змодельований розвізний маршрут, є приблизно однаковими, тобто:

- а) рельєф – гористий;
- б) тип дорожнього покриття – асфальто-бетон;
- в) стан дорожнього покриття – поганий;
- г) інтенсивність руху – висока (500-1000 авт./добу).

Для приміської зони прийнято такі умови експлуатації:

- а) рельєф – слабогорбистий;
- б) тип дорожнього покриття – асфальто-бетон;
- в) стан дорожнього покриття – задовільний;
- г) інтенсивність руху – середня (300-500 авт./добу).

Дані експертів подано в табл. 4.2.

Таблиця 4.2 – Результати опитування експертів

Показник, одиниці виміру	Оцінки експертів					Середньозважена оцінка
	1	2	3	4	5	
Середня технічна швидкість в межах м. Львова, км/год	25	25	30	30	35	29
Середня технічна швидкість в околицях м. Львова, км/год	45	50	60	65	65	57

Середньозважена оцінка експертів з підприємства має суб'єктивну похибку. В зв'язку з цим було виконано додаткову документальну перевірку.

Для цього за документами (шляховими листками) минулих періодів фіксувались такі дані:

- а) час відправки автомобілів з парку за даним маршрутом;
- б) час прибуття автомобілів з підприємства за даним маршрутом;
- в) пройдений на маршруті шлях, у т.ч.: з вантажем, без вантажу.

Середня експлуатаційна швидкість визначалась за формулою:

$$V_e = \frac{L_k - L_n}{t_k - t_n}, \text{ км/год.}, \quad (4.3)$$

де L_k L_n – відповідно, кінцеві та початкові покази одометра (згідно дорожнього листа), км; t_k t_n – години закінчення і початку зміни.

Наприклад, по маршруту #3 (Сихівський район) за один наряд отримано таку середню експлуатаційну швидкість:

$$V_e = \frac{115788 - 115624}{10 - 14^{20}} = \frac{164}{4,33} = 37,9 \text{ км/год.}$$

За один наряд простої автомобіля були пов'язані з:

- навантаженням-розвантаженням сміття;
- організаційні, пов'язані з оформленням документації, заторами, перешкодами до сміттєвих майданчиків.

Тривалість цих витрат часу визначались за допомогою хронометражу. Так, середня тривалість простоїв на заданому маршруті становила 1 год. 45 хв. Середня технічна швидкість при цьому визначиться з формули:

$$V_t = \frac{L_m}{t_p - t_{np}}, \text{ км/год.}, \quad (4.4)$$

де t_n – тривалість наряду, год.; t_{np} – тривалість простою в пунктах навантаження-розвантаження, год.

Стосовно руху по згаданому маршруту, то:

$$V_t = \frac{164}{4,33 - 1,77} \approx 64 \text{ км/год.}$$

Дані експертної оцінки відрізняються від документальних даних на 11%. Тому для подальших розрахунків приймаємо документальні дані.

4.3. Обчислення параметрів транспортно-технологічних схем

Опираючись на варіант подання логістичних операцій, викладений у першому розділі роботи, можна будь-який чинний логістичний процес, який являє собою сукупність матеріальних потоків, подати у вигляді множини взаємопов'язаних елементарних технологічних операцій (ЕЛО). Якщо дотримуватись принципів неперервності та ритмічності матеріальних потоків, то детермінований зв'язок можна встановити між будь-якими двома ЕЛО в усьому процесі. Задаючись певними критеріями та обмеженнями, можна знайти оптимальний варіант логістичної схеми. Використовуючи вищенаведений матеріал змоделюємо транспортно-технологічну схему процесу збору і вивезення ТПВ від 72-х контейнерних майданчиків, які лежать в сфері обслуговування підприємства «Львівспецкомунтранс».

Транспортна мережа складається з парку автомобілів – В, контейнерних майданчиків $C_1, C_2, \dots, C_{72}$, та проміжних вершин: S_k – скупчення ТПВ для проміжного зберігання; Н – навантаження; R_{p_i} – розподіл матеріального потоку. В даному випадку у вершинах R_{p_i} відбувається часткове розвантаження автомобілів. Такт виробництва τ_1 – змінний, і залежить від інтенсивності споживання продукції в пунктах C_1-C_{72} . З іншого боку, тривалість збору ТПВ від останнього майданчика маршруту C_{24} становить, T_d . Враховуючи, що вантажі не можна довго тримати в місці тимчасового зберігання (особливо органічні відходи), для них існує обмеження за тривалістю збору, тому умова $T_d \geq T_i$ повинна бути обов'язково дотримана. Вантажність АТЗ можна виміряти максимальною кількістю вантажних місць q (кількістю завантажених контейнерів). Реальна завантаженість АТЗ – k_2 є меншою, ніж номінальна. Відомо, що фактична вантажність автомобіля залежить від форми і розмірів кузова автомобіля і питомого об'єму вантажу. Вантажомісткість автомобіля можна обмежити двома чинниками: номінальною вантажністю і об'ємом кузова. Для класифікації різних сортів ТПВ потрібно порівняти їх за об'ємною масою:

$$Z = \frac{M}{V}, \text{ т/м}^3 \quad (4.5)$$

де M – маса вантажу в природному стані, кг; V – об'єм вантажу, м^3 .

Про цей параметр вантажу можна довідатись з довідника [27].

Для оцінювання вантажомісткості автомобілів-сміттєвозів використовуємо питомий об'єм кузова

$$v = \frac{V_K}{q_H}, \text{ м}^3/\text{т} \quad (4.6)$$

де V_K – об'єм кузова автомобіля, м^3 ; q_H – номінальна вантажність автомобіля, т.

Для автомобілів, які є на підприємстві, питомий об'єм кузова обчислюємо:

- автомобіль МАЗ:

$$v = \frac{5,76}{0,5} = 11,52 \text{ м}^3/\text{т},$$

- автомобіль Mercedes:

$$v = \frac{21,4}{0,9} = 23,78 \text{ м}^3/\text{т},$$

- автомобіль Volvo:

$$v = \frac{25,6}{1,0} = 25,4 \text{ м}^3/\text{т},$$

- автомобіль ГАЗ-5738:

$$v = \frac{33,12}{5,0} = 6,62 \text{ м}^3/\text{т}$$

З формул (4.5) і (4.6) можна вивести коефіцієнт статичної вантажності автомобілів при перевезенні даного вантажу:

$$\gamma_c = \frac{q_\phi}{q_H} = \frac{V_K \cdot Z}{q_H} = v \cdot Z \quad (4.7)$$

Отже, за формулою (4.7) можна обчислити коефіцієнти статичної вантажності кожного із заданих автомобілів для заданого сорту ТПВ. Якщо

внаслідок обчислення вийде, що коефіцієнт статичної вантажності $\gamma_c > 1$, то це значить, що вантажомісткість автомобіля не обмежена для даного вантажу об'ємом кузова, а лише допустимим навантаженням на вісь. Тому в цьому випадку потрібно прийняти $q_\phi = q_n$.

Для прикладу, кількість вантажу (ТПВ) для автомобіля МАЗ:

$q_\phi = Z \cdot V_\kappa = 0,47 \cdot 16 = 4,4$. Насправді номінальна вантажність цього автомобіля становить 5 т. Тому кількість вантажу обмежиться вантажністю. Маса одного контейнера з ТПВ – 162 кг. Максимальна теоретична кількість завантажених контейнерів – 25. Фактично завантажують 27 контейнери. Дані про інші автомобілі наведені в табл. 4.3.

Таблиця 4.3 – Показники вантажомісткості автомобілів

Показник, од. виміру	Автомобіль			
	MAZ	Mercedes	Volvo	ГАЗ
Максимальна фактична вантажність, т	4,4	8,0	9,6	3,1
Кількість завантажених контейнерів з пресуванням ТПВ	27	40	48	15
Коефіцієнт використання вантажності	0,88	0,89	0,96	0,62

Проте, неповну завантаженість можна застосувати як захід з підвищення інтенсивності процесу збору ТПВ – зменшення тривалості простою під навантаженням. Навантаження АТЗ відбувається на контейнерних майданчиках вантажним гуртом розміром k_2 . Частина АТЗ, через неузгодженість з процесом виробництва і складування може бути не завантажена. Теоретично вони повертаються в парк з тактом τ_3 , хоча фактично в пункт Сп подаються АТЗ з більшим тактом. Маршрут доставки вантажів є таким, що спочатку збирається вантаж з пункту C_1 , далі – C_2 , C_i і наприкінці – C_{24} . Розподіл вантажо- і автомобілепотоків відбувається в пунктах $P_{п2}$ - $P_{п4}$. При цьому частини разового вантажного гурту k_3 розподіляються між пунктами навантаження і розподілу автомобілепотоків.

Таким чином, запропонований дискретний підхід до моделювання матеріальних потоків має переваги перед неперервним. По-перше, він дає змогу відобразити, практично, будь-яку логістичну схему у вигляді графічної моделі. По-друге, встановлений детермінований зв'язок між будь-якими ЕЛО схеми, що розглядається. По-третє, відкрилася можливість комплексного розв'язку таких транспортних задач, таких як оптимізація вантажо- і автомобілепотоків, вибір гуртовості перевезень, вибір тари і упаковки, які раніше розв'язувались поетапно.

Q_i – обсяг перевезення за 1 год. на i -му маршруті, т; l_i – довжина поїздки з вантажем на i -му маршруті, км; W_{Pi} – продуктивність автомобіля на i -му маршруті, т-км /год. Наприклад, при значенні такту $\tau = 0,3$ год. кількість перевезеного вантажу до споживача C_1 становитиме 1,3 т/год., стільки ж – до споживача C_2 .

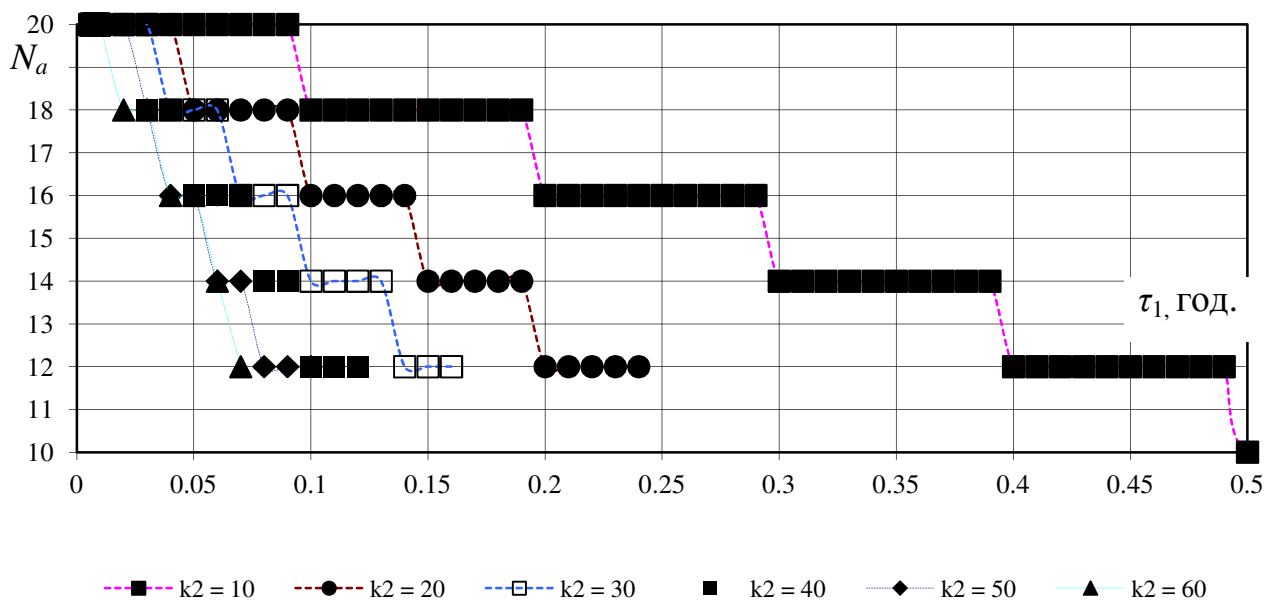


Рисунок 4.1 – Залежність необхідної кількості спец. автомобілів N_a від такту випуску АТЗ на маршрути та кількості завантажених на АТЗ контейнерів

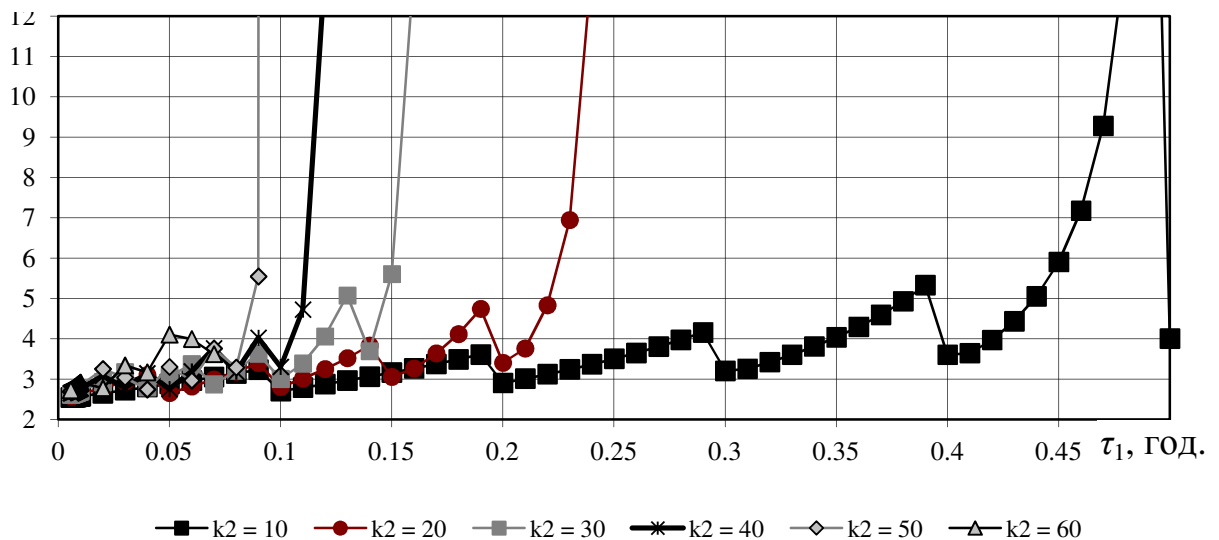
T_0 , год.


Рисунок 4.2 – Залежність тривалості збору ТПВ від такту і обсягу вантажного гурту

Автомобілі вантажністю 5 т можуть бути максимально завантажені на 80%, оскільки при очікуванні формування більшого гурту призводить до перевищення допустимого терміну доставки. При середніх технічних швидкостях на маршрутах, відповідно 22 і 19 км/год. продуктивність автомобілів становить 8,63 і 7,2 т-км /год. Це означає, що за формулою (4.10) на обох маршрутах повинні працювати 12 автомобілів. Графік (рис.4.1) показує, що N_a повинна становити 14. Занижені числові значення необхідної кількості автомобілів спостерігаються і при інших значеннях такту τ_1 при заданому γ . Збіг результатів обчислення N_a спостерігається тільки для „критичних” значень такту, таких, для яких логістична структура має якісні відмінності, а тривалість доставки (рис.4.2) є найменшою для заданої кількості автомобілів. Це пов’язано з тим, що для критичних значень такту обчислення фронту за формулою (4.7) дає результат, який ближчий до цілих чисел, порівняно з іншими випадками. Фактично це означає, що при значенні такту, яке близьке або кратне до тривалості окремих логістичних операцій АТЗ не простоюють в результаті їх неузгодження, отже їх кількість можна з достатнім рівнем точності обчислювати за формулами (4.1)-(4.3), або (4.10).

5. РЕЗУЛЬТАТИ ЗАСТОСУВАННЯ ДИНАМІЧНОЇ МАРШРУТИЗАЦІЇ

Розроблений алгоритм і комп'ютерну програму було застосовано для визначення ефективності експлуатації парку автомобілів залежно від ступеня наповнення та відповідної періодичності збору сміття. Для цього нами було використано дані про систему збору сміття в мегаполісі.

Сміттєві майданчики в місті включають декілька контейнерів (1 – 4), які відповідають окремому сорту сміття. Органічні відходи вважаються серед них такими, вивезення яких є найбільш терміновим. Крім того інтенсивність нагромадження органічних відходів майже на 30% перевищує усі інші ТПВ за об'ємом. У зв'язку з цим основну увагу нами приділено збору і вивезенню органіки. Система утилізації відходів у мегаполісі налагоджена так, що збором і транспортуванням сміття займається, переважно, декілька приватних та державних комунальних підприємств (на рис. 3.8 закріплені за ними майданчики позначені 5 різними кольорами). З одного боку це задовольняє конкурентне середовище і послуги надаються якісно. З іншого боку таким чином поділена мережа майданчиків не сприяє вдалій маршрутизації і АТЗ підприємств здійснює великі пробіги. Саме тому задача організації роботи сміттєвозів при децентралізованій системі є надто актуальною.

Початкові дані для побудови оптимальних розкладів були у даному випадку неповними. Нами розглядалась робота державного комунального підприємства, «Львівспецкомунтранс» яке обслуговує сміттєві майданчики, що на карті (рис. 3.8) відображені жовтим кольором. На карті мегаполісу пункти розташування сміттєвих контейнерів відображені із задовільною точністю так, що використовуючи маршрутизатор Google Map, можна визначити найкоротші відстані між довільною парою геолокацій (рис.5.1).

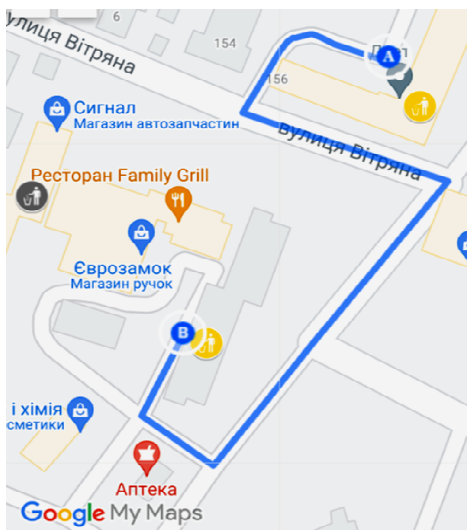


Рисунок 5.1 – Приклад визначення найкоротшої відстані між двома заданими смітєвими майданчиками А і В

Якщо маршрутизатор знаходить два і більше варіанти маршрутів, то з них вибирався той, який за протяжністю є більший. Враховано те, що в умовах мегаполісу можливі затори транспорту і час руху між смітєвими майданчиками буде більшим. Парк АТЗ комунального підприємства знаходиться в межах міста, а завод з переробки органічних відходів, куди звозиться сміття відповідного сорту, – у приміській зоні.

Перевезення здійснюється спеціалізованими АТЗ: смітєвозами МАЗ-5907С2-310, який технологічно вміщає 16 м^3 ТПВ. Середня експлуатаційна швидкість АТЗ в межах міста становить 22,5 км/год. Дані про швидкість брались з даних тахографів. У смітєвозі органічні відходи не пресуються, тому їх об'єм нагромадження відповідає об'єму вивезення. Кількість смітєвозів в парку підприємства – 6.

Точна інформація про інтенсивність нагромадження і вивезення органічного сміття в мегаполісі є недоступна. На даний час система збору сміття оснащена лише засобами телеметричного контролю за розташуванням і рухом АТЗ на маршрутах. Пристрої для контролю обсягу сміття до утилізації відсутні. Планування роботи смітєвозів здійснюється поки що на основі нормативів з вивезення сміття, які найчастіше є заниженими й не відповідають дійсності. Тому в задачі було прийнято фактичні обсяги

вивезеного сміття за минулі періоди, на основі чого сформовано середній показник інтенсивності нагромадження (табл. 5.1). Планування вивезення сміття здійснюється на підприємстві потижнево. Тому дані, представлені в таблиці стосуються результатів моделювання тижневого виробничого завдання. Для розрахунку годинної інтенсивності було прийнято, що сміття нагромаджують впродовж доби 16 годин: з 7-00 до 23-00. Інтенсивність нагромадження є нерівномірною впродовж року. В літні місяці обсяг органічних відходів нагромаджується більше.

Таблиця 5.1 – Середні дані по роках стосовно об’ємів вивезених органічних відходів комунальним підприємством

Показник	Рік			
	2021	2022	2023	2024
Середній загальний об’єм вивезеного сміття за тиждень, м ³	840	1180	930	1108
Кількість контейнерів	192	216	232	244
Річний коефіцієнт нерівномірності об’ємів	1.46	1.62	1.66	1.87
Середня інтенсивність нагромадження сміття в одному контейнері, м ³ /год.	0,039	0,0489	0,0358	0,0405

Коефіцієнт нерівномірності, таким чином, показує відношення максимальної інтенсивності до середньої. Останніми роками цей коефіцієнт зростає, як і загальний обсяг відходів. Слід взяти до уваги, що періоди пандемії спотворили статистичні дані по 2023 та 2024 роках. Однак, за основу розрахунку можна взяти інтенсивність минулого 2024 року, 0,04 м³ за годину, беручи до уваги те, що максимальне значення інтенсивності може досягати 0,075 м³/год. На контейнерних майданчиках використовують контейнери об’ємом 1,1 м³. А це означає, що в середньому контейнер наповнюється за 27 годин. Однак, середні величини для планування

маршрутів сміттєвозів мають відхилення, переважно у більшу сторону, тому для моделювання і побудови оптимальних розкладів нами застосовано допустиме заповнення об'ємів сміттєвих баків, яке становлять, відповідно, 0.55, 0.66, 0.77, 0.88, 1.0 м³. Отже, періодичність збору сміття з одного бака буде змінюватись в межах $\tau=13.5 \dots 24.5$ год.

Для моделювання процесу збору сміття застосовано такі додаткові умови і обмеження:

- плановий період вивезення сміття – 7 діб;
- максимальна тривалість роботи автомобіля-сміттєвоза в наряді – 7,5 год.;
- робочі дні: понеділок – субота;
- тривалість нульового пробігу – не більше 20 хв.

При застосуванні таких початкових даних позитивні результати моделювання було отримано для 6, 5, 4 автомобілі, які одночасно можуть вивозити сміття. Меншою кількістю автомобілів неможливо було забезпечити допустимий час перебування водіїв в наряді. Отримані при моделюванні результати являють собою оптимальні за швидкодією розклади роботи, заплановані на тиждень. Параметри отриманих розкладів подано в табл. 5.2. При наявності 4 автомобілів і допустимому рівню заповнення контейнерів 50% розв'язок не знайдено через перевищення ліміту тижневого фонду часу водіїв.

Отримані результати складання оптимальних розкладів роботи АТЗ по вивезенню ТПВ на мережі мегаполісу показують, що застосування алгоритму оптимізації зменшує тривалість пробігів на маршрутах при сталому обсягу нагромадження відходів. Випадковий характер наповнення контейнерів на сміттєвих майданчиках є вагомою перешкодою застосування найкоротшого за тривалістю розкладу. Однак як видно з таблиці 4.2 застосування допусків на фактично заповнені контейнери дає позитивний ефект, який полягає у підвищенні продуктивності АТЗ на маршрутах.

Таблиця 5.2 – Результати моделювання і оптимізації розкладів роботи автомобілів підприємства по вивезенню сміття

Показник розкладу, одиниці виміру	Допустиме максимальне завантаження контейнера, %					
	50	60	70	80	90	100
Середній такт випорожнення контейнера, год.	13,5	16,0	19,0	21,5	24,0	27
6 автомобілів						
Сумарна тривалість роботи усіх АТЗ за тиждень, год.	222	192	174	189	207	216
Середня тривалість роботи АТЗ за добу, год.	7,4	6,4	5,8	6,3	6,9	7,2
5 автомобілів						
Сумарна тривалість роботи АТЗ за тиждень, год.	190	188	174	165	178	185
Середня тривалість роботи АТЗ за добу, год.	7,5	7,3	7,0	6,58	7,2	7,4
4 автомобілі						
Сумарна тривалість роботи АТЗ за тиждень, год.	–	152	150	146	150	152
Середня тривалість роботи АТЗ за добу, год.	–	7,5	7,5	7,4	7,4	7,5

Так, скорочення тижневої тривалості роботи 6 автомобілів сміттєвозів при застосуванні 70%-го рівня заповнення контейнерів досягає 42 години, тобто фактичного вивільнення одного екіпажу. Такий ефект можна пояснити тим, що при меншій необхідній періодичності (меншому такту випорожнення

контейнерів) вибір конфігурації щоденних маршрутів АТЗ є більш сприятливим для скорочення загального пробігу. Незважаючи на те, що частість, а отже тижнева кількість випорожнень контейнерів зростає, час, який додатково витрачається на розвантаження контейнерів компенсується застосуванням більш раціональних маршрутів.

Однак такий позитивний ефект не є характерним для будь-якої кількості автомобілів, які працюють на зборі сміття. При зменшенні чисельності активного парку АТЗ можливості побудувати менш тривалий активний розклад зменшується через обмежений фонд часу водіїв і через неможливість одночасного виконання операцій. При критичній кількості автомобілів запропонований нами алгоритм не в змозі побудувати однозначного активного розкладу.

Потрібно відмітити, що відомі методи маршрутизації автомобілів-сміттевозів у містах усі, переважно, базуються на методах математичного програмування, які є обмежені по ефективності і можливості знайти точний розв'язок у зв'язку з розмірністю. Якщо плановий період для складання розкладу збільшити до одного тижня, то більшість відомих методів виявляються неспроможними. Застосований нами алгоритм, в основі якого лежить методика операцій над графами може бути застосована до планування процесів, які періодично повторюються і за обсягом охоплює понад 300 операцій планового процесу. Внаслідок пошуку були знайдені гарантовані оптимальні рішення стосовно конфігурації маршрутів з обмеженням на їх максимальну вантажність. Проведено моделювання впливу організації маршрутів на досягнення показників використання автотранспорту комунального підприємства на даних спостереження в період квітень-травень поточного року. Встановлено, що за цей період інтенсивність нагромадження ТПВ на контейнерних майданчиках залишалась, приблизно, сталою. Для вибраної кількості транспортних пунктів виконано маршрутизацію при змінній кількості автомобілів. При цьому отримано

гарантовані розв'язки сформульованої задачі. На рис. 5.2 показано приклади отриманих результатів.

```

n=14 m=1
Roate: 1 - 7 - 8 - 2 - 4 - 13 - 11 - 12 - 3 - 5 - 6 - 9 - 10 - 14
Better Solution = 31.5 km
Vehicles loading
Veh #1 - 30.90
Vehicle is overloaded

a

n=14 m=2
Roate: 1 - 4 - 5 - 2 - 3 - 10 - 8 - 9 - 14 - 6 - 7 - 11 - 13 - 14 - 12 - 15
Better Solution = 27.2 km
Vehicles loading
Veh #1 - 13.60
Veh #2 - 17.30

b

n=14 m=3
Roate: 1 - 4 - 5 - 2 - 3 - 10 - 8 - 9 - 14 - 6 - 7 - 13 - 15 - 11 - 12 - 16
Better Solution = 30.5 km
Vehicles loading
Veh #1 - 13.60
Veh #2 - 11.20
Veh #3 - 6.10

c

n=14 m=4
Roate: 1 - 4 - 5 - 2 - 3 - 10 - 8 - 14 - 12 - 7 - 16 - 6 - 13 - 15 - 9 - 11 - 17
Better Solution = 30.3 km
Vehicles loading
Veh #1 - 12.50
Veh #2 - 6.20
Veh #3 - 6.20
Veh #4 - 6.00

```

Рисунок 5.2 – Приклади результатів пошуку найкоротших маршрутів на мережі з $n=12$ пунктів при різній кількості залучених транспортних засобів (m): a – 1; b – 2; c – 3; d – 4; Better Solution – сумарна довжина пробігу, км; Vehicles loading – завантаження транспортного засобу, контейнерів

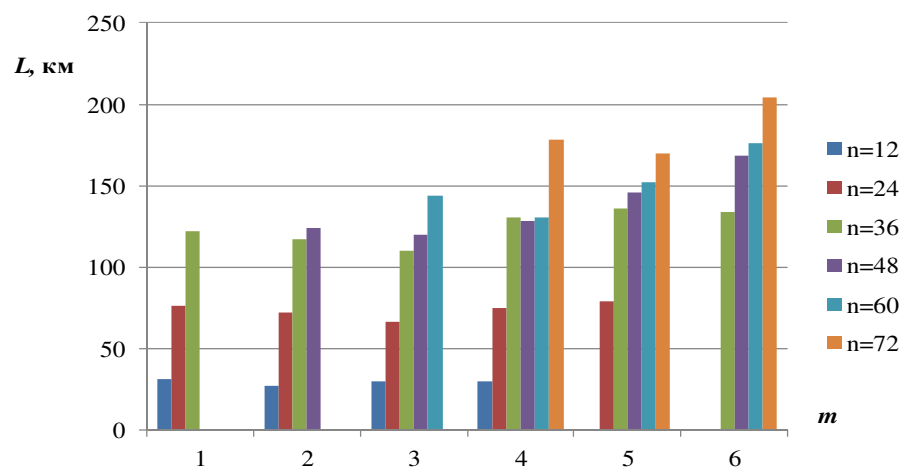


Рисунок 5.3 – Залежність сумарного пробігу на маршрутах від кількості задіяних транспортних засобів m і кількості пунктів на маршрутах

На початку було відомо, що на 12 контейнерних майданчиках є 36 контейнерів, які заповнені з різним об'ємом. Загалом у них міститься 34 м³ ТПВ, тобто 30,9 від номінальної місткості. При запуску програми задавалась різна кількість автомобілів, які повинні зібрати такий об'єм сміття. Якщо фактична вантажність автомобіля внаслідок вимушеного виконання модельованого маршруту, перевищена, то програма видає помилку: Vehicle is overloaded. В іншому випадку обчислюється завантаження кожного автомобіля, конструюються маршрути, обчислюється критерій.

Як видно з наведеного прикладу, різна кількість автомобілів, залучених до перевезення, приводить до різних результатів. Стосовно отриманих початкових даних мегаполісу було узагальнено результати за двохмісячний період і побудовано такі залежності (рис.5.3).

Як видно із залежності, не при усіх конфігураціях маршрутів транспортні засоби можуть бути раціонально завантажені: без перевантажень і без недовантажень. Так, при $n=12$, або $n=24$ 6 автомобілів не можуть використовуватись через неефективне недовантаження, а при $n=72$ обсяг перевезення можуть виконати не менше 4 автомобілів. Також видно, що при сталій кількості транспортних пунктів і обсягах вантажів, готових до перевезення, залучена кількість автомобілів має оптимальне значення. Так при недостатній кількості автомобілів їх сумарний пробіг зростатиме через велику складність конфігурації маршрутів в мегаполісі, що, в свою чергу пов'язано з транспортною схемою вулично-дорожньої мережі. Якщо кількість вантажівок є більшою, ніж оптимальна, то загальний пробіг автомобілів зростатиме через велику частку холостих пробігів.

ВИСНОВКИ

1. Застосовані часові моделі процесів транспортування дають змогу побудувати не тільки найкоротший маршрут для одного, чи для сукупності АТЗ, але й узгодити в часі циклічні операції по збору сміття. Також запропоновані часові моделі є основою для побудови найкоротших активних розкладів роботи АТЗ на маршрутах.

2. Застосований алгоритм впорядкування часових моделей процесів збору і транспортування сміття є евристичним, однак він дає гарантований розв'язок задачі оптимізації розкладу із задовільною точністю. Алгоритм можна використовувати для процесів, що складаються з понад 300 операцій, що періодично повторюються, що знімає його обмеження по застосуванню порівняно з відомими алгоритмами.

3. Застосування допусків заповнення об'ємів сміттєвих контейнерів дає змогу зменшити пробіг автомобілів-сміттевозів на маршрутах, оскільки в такому разі маршрут динамічно змінюється відносно заповнених контейнерів. При переході системи збору і вивезення сміття у містах з нормативної на «розумну», яка оснащена засобами телеметричного вимірювання параметрів процесу система допусків може бути єдино вигідною для реалізації такого переходу. Однак ефективність застосування системи допусків суттєво залежить від чисельності парку АТЗ, які задіяні у перевезеннях. При невеликій кількості сміттєвозів розробка і застосування найкоротшого раннього збору сміття є неможливим.

4. Алфавітний алгоритм, який застосовано до пошуку найкоротших маршрутів для сукупності транспортних засобів дає змогу знайти гарантоване точне рішення при допустимій тривалості пошуку з допомогою розробленої комп'ютерної програми. Так, нам вдалось виконати маршрутизацію 6 транспортних засобів при обслуговуванні транспортної мережі, яка складається з 240 пунктів. Однак, без додаткових обмежень до вхідних даних і отриманих результатів алфавітний алгоритм може привести

до перевитрати обчислювальних ресурсів, якщо вхідні дані (матриця відстаней) характеризується малою нерівномірністю.

5. Застосування обмежень по максимальній і мінімальній вантажності в алгоритмі маршрутизації, при наявності апріорної інформації стосовно рівня заповнення сміттєвих контейнерів дає змогу скоротити необхідний початковий обсяг вхідних даних. Такі обмеження також скорочують кількість варіантів перебору маршрутів.

6. При залученні різної кількості транспортних засобів до одного і того ж обсягу транспортної роботи на зборі та утилізації ТПВ існує оптимальна маршрутна схема, для якої сумарний пробіг вулично-дорожньою мережею мегаполісу буде мінімальною.

ЛІТЕРАТУРА

1. Książek, R., Gdowska, K., & Korcyl, A.. Recyclables Collection Route Balancing Problem with Heterogeneous Fleet. *Energies*. 2021. 14(21). P.7406. DOI 10.33251/2707-8620-2020-2-63-72
2. Erdoğan, G. An open source spreadsheet solver for vehicle routing problems. *Computers & operations research*. 2017. 84, P.62-72.
3. Ramos, T. R. P., de Moraes, C. S., & Barbosa-Póvoa, A. P. The smart waste collection routing problem: Alternative operational management approaches. *Expert Systems with Applications*. 2018. 103. P. 146-158.
4. Попович Н. П., Мальований М.С., Попович В. В. Екологічна логістика поводження з відходами у селах, селищах та селянських домогосподарствах. Вісник ЛДУ БЖД. 17. 2018. С.102-110.
5. Faccio, M., Persona, A., & Zanin, G. Waste collection multi objective model with real time traceability data. *Waste management*, 2011. 31(12), P. 2391-2405.
6. Hrabec D., Senland P., Nevrlý V., Popela P., Hoff A., Šomplák R., & Pavlas M. Quantity-predictive vehicle routing problem for smart waste collection. *Chemical Engineering Transactions*. 2019. <https://doi.org/10.3303/CET1976209>
7. Ozmen M., Sahin H. and Koray O., Genetic Algorithm Based Optimized Waste Collection in Smart Cities. *International Conference on Electrical Engineering (ICEE)*, 2020, pp. 1-6, doi: 10.1109/ICEE49691.2020.9249837.
8. Barberi S., Sambito M., Neduzha L., & Severino A. Pollutant Emissions in Ports: A Comprehensive Review. *Infrastructures*, 2021. 6(8), 114.
9. Nur Azriati Mat, Aida Mauziah Benjamin & Syariza Abdul-Rahman Enhanced heuristic algorithms with a vehicle travel speed model for time-dependent vehicle routing: A waste collection problem. *Journal of Information and Communication Technology*. 2018. 17 (1), P. 55-78. <http://jict.uum.edu.my/index.php/previous-issues/153-vol17no12018#A4>

10. Dixit A., Mishra A., Shukla A. Vehicle Routing Problem with Time Windows Using Meta-Heuristic Algorithms: A Survey. In: Yadav N., Yadav A., Bansal J., Deep K., Kim J. (eds) *Harmony Search and Nature Inspired Optimization Algorithms*. Advances in Intelligent Systems and Computing, 2019. vol. 741. Springer, Singapore. https://doi.org/10.1007/978-981-13-0761-4_52
11. Tran Thi Hoang, G., Dupont, L., & Camargo, M. Application of decision-making methods in smart city projects: a systematic literature review. *Smart Cities*, 2(3), 433-452. <https://doi.org/10.3390/smartcities2030027>
12. Ritzinger U., Puchinger J., Hartl Richard F. (2016). A survey on dynamic and stochastic vehicle routing problems. *International Journal of Production Research*, Taylor Francis, 2019. 54 (1), doi.10.1080/00207543.2015.1043403. URL: <https://hal.inria.fr/hal-01224562>
13. Современные проблемы теоретической кибернетики. Отчет о научно-исследовательской работе в рамках Федеральной целевой программы «Научные и научно-педагогические кадры инновационной России». на 2009-2013. Новосибирск. 2010. 65 с. Available at http://math.nsc.ru/FCP/5_14_740_11_0362.pdf
14. Танаев В. С., Сотсков Ю. Н., Струсович В. А. Теория расписаний. Многостадийные системы. Москва: Наука. 1989. 328 с.
15. Sotskov, Y. N. Mixed Graph Colorings: A Historical Review. *Mathematics*, 2020. 8(3), 385 p.
16. Dastpak, M., & Errico, F. Off-line approximate dynamic programming for the vehicle routing problem with stochastic customers and demands via decentralized decision-making. 2021. *arXiv preprint arXiv:2109.10200*.
17. Mes, M., Schutten, M., & Rivera, A. P. Inventory routing for dynamic waste collection. *Waste management*, 2014. 34(9), 1564-1576.
18. Korcyl, A., Książek, R., & Gdowska, K. A MILP Model for the Municipal Solid Waste Selective Collection Routing Problem. *Decision Making in Manufacturing and Services*, 2019. 13(1-2). doi.[10.7494/dmms.2019.13.1-2.3470](https://doi.org/10.7494/dmms.2019.13.1-2.3470)

19. Nguyen-Trong, K., Dinh-Thi-Hai, V., Nguyen-Thi-Ngoc, A., & Nguyen-Ngoc, D. Emission Control and Route Optimization in Municipal Solid Waste Collection and Transportation using Agent-Based Model. 2017.
20. Wu, H., Tao, F., & Yang, B. Optimization of vehicle routing for waste collection and transportation. *International Journal of Environmental Research and Public Health*, 2020. 17(14), 4963. <https://doi.org/10.3390/ijerph17144963>
21. Bányai, T., Tamás, P., Illés, B., Stankevičiūtė, Ž., & Bányai, Á. Optimization of municipal waste collection routing: Impact of industry 4.0 technologies on environmental awareness and sustainability. *International journal of environmental research and public health*, 2019. 16(4), 634 p. <https://doi.org/10.3390/ijerph16040634>
22. Blazewicz, J., Ecker, K. H., Pesch, E., Schmidt, G., Sterna, M., & Weglarz, J. (2019). *Handbook on scheduling: From theory to practice*. Springer.
23. Голами, О., & Сотсков, Ю. Н. Эвристические алгоритмы для построения расписаний обслуживания требований с различными маршрутами. *Информатика*, 2018. 4 (36), Р. 45-55.
24. Прокудін, Г. С., & Оліскевич, М. С. Методика оптимізації спільного розкладу парку магістральних автомобілів при наявності часових обмежень. *Вісник ЖДТУ. Серія "Технічні науки"*, 2018. 2 (82), Р. 118-126. [https://doi.org/10.26642/tn-2018-2\(82\)-118-126](https://doi.org/10.26642/tn-2018-2(82)-118-126)
25. Azevedo, Bruno Duarte, et al. Improving urban household solid waste management in developing countries based on the German experience. *Waste management*. 2021. 120: P. 772-783.
26. Bektas, Tolga. The multiple traveling salesman problem: an overview of formulations and solution procedures. *Omega*. 2006. 34.3: P. 209-219.
27. Villanueva, Rafael Salcedo. A pragmatic approach to improve the efficiency of the waste management system in Stockholm through the use of Big Data, Heuristics and open source VRP solvers: A real life waste collection problem; Stockholm's waste collection system and inherent vehicle routing problem, VRP. 2020.

- 28.Оліскевич М., Мاستикаш О., Ценюх Я. Удосконалення методу динамічної маршрутизації з часовими вікнами автомобільних перевезень сільськогосподарської продукції. *Вісник Львівського національного аграрного університету. Агроінженерні дослідження*, 2021. 25, Р. 72-82.
- 29.Dixit A., Mishra A., Shukla A. Vehicle routing problem with time windows using meta-heuristic algorithms: a survey. In: *Harmony search and nature inspired optimization algorithms*. Springer, Singapore, 2019. P. 539-546.
- 30.Prokudin G., Chupaylenko O., Dudnik O., Oliskevych M.: Development of Vehicle Speed Forecasting Method for Intelligent Highway Transport System. *Eastern-European Journal of Enterprise Technologies*. 2019. 4/3 (100). P. 6-14 doi:10.15587/1729-4061.2019.174255.
- 31.Альошин Г. В., Ярута А. М. Проблеми багатоцільової векторної оптимальної маршрутизації транспортних засобів в умовах обмеженої пропускної спроможності елементів транспортної мережі // Інформаційно-керуючі системи на залізничному транспорті. 2008. №1 (69). С. 15–19.
- 32.Borowska-Stefańska M., et al. The use of the roadload application in geographical studies of flows generated by individual modes of transport. *Transport Problems*, 2020. 15.
- 33.Korcył A., Książek R., Gdowska K. A MILP Model for the Municipal Solid Waste Selective Collection Routing Problem. *Decision Making in Manufacturing and Services*, 2019. 13. P. 1-2.
- 34.Abdirad M., Krishnan K. Gupta D. A two-stage metaheuristic algorithm for the dynamic vehicle routing problem in Industry 4.0 approach. *Journal of Management Analytics*, 2021. 8.1: P. 69-83.
- 35.Goeke D., Roberti R., Schneider M. Exact and heuristic solution of the consistent vehicle-routing problem. *Transportation Science*, 2019. 53.4: P. 1023-1042.
- 36.Archetti C., Boland N., Grazia S. A matheuristic for the multivehicle inventory routing problem. *INFORMS Journal on Computing*, 2017. 29.3: P. 377-387.

- 37.WANG, Yong, et al. Collaborative Multidepot Vehicle Routing Problem with Dynamic Customer Demands and Time Windows. *Sustainability*, 2022. 14.11: P. 6709.
- 38.KY PHUC, Phan Nguyen; PHUONG THAO, Nguyen Le. Ant colony optimization for multiple pickup and multiple delivery vehicle routing problem with time window and heterogeneous fleets. *Logistics*, 2021, 5.2: P. 28.
- 39.ADI, Taufik Nur; BAE, Hyerim; ISKANDAR, Yelita Anggiane. Interterminal Truck Routing Optimization Using Cooperative Multiagent Deep Reinforcement Learning. *Processes*, 2021, 9.10: P. 1728.
- 40.Лемешко А.В., Евсеєва О.Ю., Гема Н.И. Динамическая маршрутизация в пакетных сетях с гарантированным качеством обслуживания. Радиотехника: Всеукр. міжвед. науч.-техн. сб. 2001. Вип. 123. С. 45–50.
- 41.Голованенко М. В. Застосування задачі маршрутизації транспорту (vgr) для підвищення конкурентоспроможності логістичних компаній. Для наукових працівників, викладачів, аспірантів, студентів, практиків. Редакційна колегія, 2018, 125 с.
- 42.BERNAL, Jose; ESCOBAR, John Willmer; LINFATI, Rodrigo. A simulated annealing-based approach for a real case study of vehicle routing problem with a heterogeneous fleet and time windows. *International Journal of Shipping and Transport Logistics*, 2021, 13.1-2: P. 185-204.
- 43.SETIAWAN, Fran; NOVIALDO, Kevin Harvest. Heterogeneous Vehicle Routing Problem with Vehicle Dependent Travel Time for Urban Freight Transportation.
- 44.Ahmeda Z. H., AL-Dayelb I. An Exact Algorithm for the Single-Depot Multiple Travelling Salesman Problem. *IJCSNS*, 2020. 20.9: P. 65.
- 45.Darwiche Mostafa, et al. A local branching heuristic for solving a graph edit distance problem. *Computers & Operations Research*, 2019, 106: P. 225-235.
- 46.Ramos Tânia Rodrigues Pereira. The smart waste collection routing problem: Alternative operational management approaches. *Expert Systems with Applications*, 2018, 103: P. 146-158.

47. PANDIT, S. N. N.; SRINIVAS, K. A Lexisearch algorithm for traveling Salesman problem. In: *[Proceedings] 1991 IEEE International Joint Conference on Neural Networks*. IEEE, 1991. P. 2521-2527.
48. Карта контейнерів для органіки Львів
https://www.google.com/maps/d/u/0/viewer?mid=1ASrSdBmfCY6_JYm0guIBbbA4JXTPRgqe&ll=49.82819962654997%2C24.025457600000001&z=11
49. Про Програму поводження з твердими побутовими відходами у м. Львові на 2014-2018 роки УХВАЛА № 4132 Україна Львівська Міська Рада
https://city-adm.lviv.ua/public-information/waste-management/1484/visit?cf_id=35