

МІНІСТЕРСТВО ОСВІТИ І НАУКИ УКРАЇНИ  
ЛЬВІВСЬКИЙ НАЦІОНАЛЬНИЙ УНІВЕРСИТЕТ  
ПРИРОДОКОРИСТУВАННЯ  
ФАКУЛЬТЕТ МЕХАНІКИ, ЕНЕРГЕТИКИ  
ТА ІНФОРМАЦІЙНИХ ТЕХНОЛОГІЙ  
КАФЕДРА МАШИНОБУДУВАННЯ

КВАЛІФІКАЦІЙНА РОБОТА  
другого (магістерського) рівня вищої освіти

на тему «Дослідження металоконструкцій методом скінченних елементів у  
середовищі *SolidWorks*»

Виконав: студент VI курсу групи Маш-62

Спеціальності 133 «Галузеве машинобудування»  
(шифр і назва)

Віталій ВІБЛИЙ  
(Ім'я та прізвище)

Керівник:

Ігор СТУКАЛЕЦЬ  
(Ім'я та прізвище)

Дубляни 2024

МІНІСТЕРСТВО ОСВІТИ І НАУКИ УКРАЇНИ  
ЛЬВІВСЬКИЙ НАЦІОНАЛЬНИЙ УНІВЕРСИТЕТ  
ПРИРОДОКОРИСТУВАННЯ  
ФАКУЛЬТЕТ МЕХАНІКИ, ЕНЕРГЕТИКИ  
ТА ІНФОРМАЦІЙНИХ ТЕХНОЛОГІЙ  
КАФЕДРА МАШИНОБУДУВАННЯ

«ЗАТВЕРДЖУЮ»

Зав. кафедри \_\_\_\_\_  
(підпис)

д.т.н., професор Віталій ВЛАСОВЕЦЬ

«\_\_\_» \_\_\_\_\_ 2023 р.

**ЗАВДАННЯ**

на кваліфікаційну роботу студенту  
**Віблому Віталію Руслановичу**

1. Тема роботи: **«Дослідження металокопструкцій методом скінченних елементів у середовищі SolidWorks»**

Керівник роботи: Стукалець Ігор Геннадійович, к. т. н., в. о. доцента

Затверджена наказом по університету від 28.04.2023 року № 133/к-с.

2. Строк здачі студентом закінченої роботи 5.01.2024 року

3. Вихідні дані:

- довідкова література, ДСТУ, ISO;
- об'єкт дослідження №1 – труба 40×20×2,5 (ДСТУ 8940:2019), L=1000 мм, матеріал – Ст3сп,  $\sigma_m$  – 221 МПа, розподілене навантаження – 4 кН;
- об'єкт дослідження №2 – №10 (ДСТУ 8768:2018), L=3000 мм, матеріал – Ст3сп,  $\sigma_m$  – 221 МПа, розподілене навантаження – 20 кН;
- об'єкт дослідження №3 – ферма з профільної труби, L=6000 мм, розподілене навантаження – 10 кН.

4. Перелік питань, які необхідно розробити:

1. Аналіз теоретичних основ розрахунку металокопструкцій.

2. Основи методу скінченних елементів і принципи формування скінченно-елементних моделей.

3. Методика дослідження металокопструкцій у середовищі SolidWorks.

4. Аналіз елементів металокопструкцій в SolidWorks.

Висновки і пропозиції.

Бібліографічний список.

## 5. Перелік ілюстраційного матеріалу

- Презентація кваліфікаційної роботи у форматі PowerPoint (\*.pptx).

## 6. Консультанти розділів роботи

Розділ	Прізвище, ініціали та посада консультанта	Підпис, дата		Відмітка про виконання
		завдання видав	завдання прийняв	
1,2,3,4	Ігор СТУКАЛЕЦЬ, к. т. н., в. о. доц. кафедри машинобудування			

7. Дата видачі завдання: 28.04.2023 р.

### КАЛЕНДАРНИЙ ПЛАН

Пор. №	Назва етапів кваліфікаційної роботи	Строк виконання етапів роботи	Відмітка про виконання
1.	<i>Виконання розділу: «Аналіз теоретичних основ розрахунку металоконструкцій»</i>	<i>1.05.23-12.05.23</i>	
2.	<i>Виконання розділу: «Основи методу скінченних елементів і принципи формування скінченно-елементних моделей»</i>	<i>15.05.23-2.06.23</i>	
3.	<i>Виконання розділу: «Методика дослідження металоконструкцій у середовищі SolidWorks»</i>	<i>5.06.23-14.06.23</i>	
4.	<i>Виконання розділу: «Аналіз елементів металоконструкцій в SolidWorks»</i>	<i>15.06.23-10.11.23</i>	
5.	<i>Оформлення розрахунково-пояснювальної записки та презентації роботи. Завершення роботи в цілому</i>	<i>13.11.23-5.01.24</i>	

Студент \_\_\_\_\_ Віталій ВІБЛИЙ  
(підпис)

Керівник роботи \_\_\_\_\_ Ігор СТУКАЛЕЦЬ  
(підпис)

УДК 621.8

Дослідження металоконструкцій методом скінченних елементів у середовищі *SolidWorks*.

Віблій Віталій Русланович – Кваліфікаційна робота. Дубляни: Львівський національний університет природокористування, 2024.

Кваліфікаційна робота: 72 с. текст. част., 68 рис., 6 табл., 14 джерел.

У кваліфікаційній роботі виконано дослідження на міцність елементів металевих конструкцій, а саме: труби профільної  $40 \times 20 \times 2,5$  та двотавра №10. Встановлено, що некоректне задання обмежень призводить до неточних результатів щодо значень коефіцієнта запасу міцності можуть відрізнятися на 45% для профільної труби та на 49% для двотавра.

Виконано дослідження плоскої ферми, виготовленої з профільної труби: пояси – з профільної труби  $50 \times 50$  мм з товщиною стінки 2 мм, розкоси – з профільної труби  $40 \times 20$  мм з товщиною стінки 2,5 мм.

Зроблено висновки щодо доцільності розгляду елементів металоконструкцій як балкових елементів та як твердого тіла за різних умов проведення міцнісного аналізу.

## ЗМІСТ

ВСТУП .....	3
<b>1. АНАЛІЗ ТЕОРЕТИЧНИХ ОСНОВ РОЗРАХУНКУ МЕТАЛОКОНСТРУКЦІЙ.....</b>	<b>4</b>
1.1. Розрахункові схеми металоконструкцій .....	5
1.2. Основні види фасонного і сортового прокату .....	11
1.3. Металоконструкції із профільних труб .....	13
1.4. Загальна характеристика конструкцій ферм .....	16
<b>2. ОСНОВИ МЕТОДУ СКІНЧЕННИХ ЕЛЕМЕНТІВ І ПРИНЦИПИ ФОРМУВАННЯ СКІНЧЕННО-ЕЛЕМЕНТНИХ МОДЕЛЕЙ .....</b>	<b>21</b>
2.1. Основні поняття та загальна схема методу скінченних елементів .....	21
2.2. Атрибути скінченних елементів та побудова сітки .....	24
2.3. Накладення граничних умов. Точність результатів .....	28
<b>3. МЕТОДИКА ДОСЛІДЖЕННЯ МЕТАЛОКОНСТРУКЦІЙ У СЕРЕДОВИЩІ <i>SOLIDWORKS</i>.....</b>	<b>31</b>
3.1. Метод скінченних елементів у <i>SOLIDWORKS</i> .....	31
3.2. Балкові та стрижневі конструкції у <i>SOLIDWORKS</i> .....	33
3.3. Балки в <i>SOLIDWORKS</i> .....	36
3.4. Напрямки балок.....	40
3.5. Стрижні в <i>SOLIDWORKS</i> .....	43
3.6. Виконання аналізу з використанням балок чи стрижнів .....	46

4. АНАЛІЗ ЕЛЕМЕНТІВ МЕТАЛОКОНСТРУКЦІЙ В SOLIDWORKS .....	48
4.1. Дослідження труби прямокутної.....	48
4.2. Дослідження двотавра рівнополицевого .....	57
4.3. Дослідження плоскої ферми .....	63
ВИСНОВКИ І ПРОПОЗИЦІЇ.....	69
БІБЛІОГРАФІЧНИЙ СПИСОК.....	71

2023

-62

## ВСТУП

За виконання інженерних розрахунків, пов'язаних з аналізом міцності конструкцій, на практиці використовують як аналітичні, так і чисельні методи. Застосування аналітичних методів потребує високого рівня математичної підготовки інженера. Крім того, як правило, аналітичні розрахунки дозволяють отримати розв'язання задач для тіл, які мають достатньо просту геометричну форму та схему навантаження. У той же час застосування чисельних методів, до яких належать методи скінченних різниць, скінченних елементів, граничних елементів та ін. складністю геометрії тіла, ні способами застосування навантажень.

Найбільшого поширення при аналізі напружень та деформацій у інженерних конструкціях отримав метод скінченних елементів (МСЕ). Перші розробки МСЕ були виконані в 50-х роках двадцятого сторіччя розв'язання задач опору матеріалів. У 60-ті роки математики отримали чітке обґрунтування цього методу, після чого він став загальним засобом вивчення завдань у приватних похідних, поступово витісняючи метод скінченних різниць, який розглядався в той час як універсальне засіб розв'язання названих завдань. МСЕ стає все більш популярним серед інженерів усіх спеціальностей починаючи з 1970-х років. Тоді ж були розроблені перші програмні комплекси, у яких реалізувався метод скінченних елементів.

## 1. АНАЛІЗ ТЕОРЕТИЧНИХ ОСНОВ РОЗРАХУНКУ МЕТАЛОКОНСТРУКЦІЙ

Метою розрахунку металевих конструкцій є суворе обґрунтування їх габаритних розмірів, розмірів поперечних перерізів, параметрів заводських та монтажних з'єднань, що забезпечують необхідну надійність, довговічність та економічність. Ці вимоги часто суперечать одна одній, що ускладнює проектування і вимагає пошуку компромісного конструктивного рішення, що відповідає всім вимогам, що висуваються.

У процесі експлуатації будівель та споруд навантаження, що діють на них, можуть змінювати з часом свої значення за величиною та/або у напрямку, внаслідок чого змінюватимуться внутрішні зусилля в елементах конструкцій. Для забезпечення надійності та довговічності конструкцій необхідно визначити, які навантаження та в якій комбінації викличуть найбільші внутрішні зусилля в елементах конструкцій за весь передбачуваний період експлуатації. На ці поєднання навантажень виконується розрахунок елементів. При заданні навантажень слід пам'ятати, що це випадкові величини та однозначно їх визначити неможливо. Розрахункові значення навантажень призначаються на основі аналізу статистичних даних і досвіду проектування з необхідною ймовірністю. Також потрібно пам'ятати, що механічні характеристики, що використовуються при розрахунку, є очікуваними величинами, що варіюються в деякому діапазоні. Таким чином, розрахунок конструкцій виконується на основі прогнозування розрахункових ситуацій з використанням методів математичної статистики та теорії ймовірності [1-3, 9].

Перед проведенням розрахунку несучих конструкцій будівлі чи споруди виконується аналіз вихідних даних. Розглядається місце будівництва, призначення, об'ємно-планувальне та конструктивне рішення будівлі, наявність технологічного обладнання тощо. Розрахунок конструкцій та їх елементів здебільшого складається з наступних етапів:

- складання (вибір) розрахункової схеми;
- задання навантажень;



- визначення переміщень вузлів та зусиль в елементах конструкцій;
- підбір поперечних перерізів;
- перевірка підібраних перерізів.

### **1.1. Розрахункові схеми металоконструкцій**

Розрахункова схема – це умовна модель конструкції або її окремого елемента, що формується шляхом спрощення та ідеалізації реального об'єкта. Розрахункова схема відображає основні властивості конструкції, що визначають її поведінку в процесі навантаження та деформування, та нехтує іншими її властивостями, які незначно впливають на напружено-деформований стан системи. Розрахункова схема використовується для визначення переміщень вузлів та внутрішніх зусиль з необхідним ступенем точності. До основних властивостей конструкцій відносяться геометричні розміри (проліт, висота поверху), умови закріплення опор та вид з'єднання елементів, тип і величина навантажень, жорсткі характеристики (площа поперечного перерізу, моменти інерції перерізу, модуль пружності матеріалу).

Розрізняють кілька видів розрахункових схем, які відрізняються основними гіпотезами, що приймаються в розрахунку, та математичним апаратом, застосовуваним у розрахунку. Розрахункові схеми бувають стрижневі (плоскі та просторові), пластинчасті (плоскі та просторові), об'ємні. Моделі елементів, що застосовуються в розрахункових схемах, - це стрижень, пластина, оболонка та об'ємне тіло. Чим точніше розрахункова схема описує реальну конструкцію, тим вище точність результатів розрахунку і тим більше трудомісткий її розрахунок. Тип вибирається розрахункової схеми залежить від мети розрахунку та бажаної точності результатів. Вдалий вибір моделі - компроміс між необхідними ресурсами для розрахунку та характеристиками моделі, що використовується.

Приклади розрахункових схем показано на рис. 1.1.



*a, б, в) стрижневі; г) об'ємна; д) пластинчаста*

Рисунок 1.1 – Розрахункові схеми.

При розрахунку типових сталевих конструкцій (балок, ферм, одноповерхових рам промислових будівель), як правило, застосовують плоскі стрижневі розрахункові схеми, як статично визначні, так і статично невизначені.

У будівельній механіці зазвичай розглядають два види сполучення елементів один з одним – жорстке та шарнірне. Жорстке з'єднання забезпечує спільність переміщень елементів у вузлі, у тому числі і спільний поворот елементів, а при шарнірному з'єднанні елементи у вузлі можуть повертатись відносно один одного. При цьому шарніри розглядаються ідеальними, тобто вплив сил тертя та інших сил опору не враховується. Насправді шарніри, близькі до ідеальних (рис. 1.2), застосовуються рідко, переважно у конструкціях мостів, покриттів великих прольотів.



Рисунок 1.2 – Шарнірні опори.

В інших випадках вузли вважаються шарнірними, якщо взаємний поворот можливий за рахунок податливості з'єднань та самих елементів у вузлі (рис. 1.3).



Рисунок 1.3 – Шарнірні вузли з податливими елементами.

Шарнірні з'єднання застосовують у розрахункових схемах з різною метою.

Перша - зменшення або виключення впливу на зусилля в елементах конструкції осад (різниці осад) фундаментів, температурних впливів, зміни навантажень у сусідніх прольотах. У цьому випадку конструкція вузла повинна забезпечувати необхідну свободу повороту елементів - при малих можливих кутах повороту (зазвичай при відносно малих прольотах) за рахунок податливості з'єднань, а за великих кутах повороту за допомогою циліндричних елементів у вузлах (рис. 1.2).

Друга мета використання шарнірів у розрахункових схемах – це спрощення розрахунку. Чим більше жорстких вузлів у розрахунковій схемі, тим вище ступінь статичної невизначеності схеми і, отже, складніший розрахунок. Вступ шарнірів у розрахункову схему знижує ступінь статичної невизначеності та спрощує розрахунок. Такий підхід можна застосовувати, коли реальна жорсткість вузлів не робить великого впливу напружено-деформований стан елементів конструкції. Шарнірно-стрижневі конструкції можуть виконуватися з елементів малої згинальної жорсткості, в цьому випадку навантаження, діюча ними, прикладається лише у вузлах. Фактична відсутність шарнірів у вузлах у таких системах мало позначається на роботі конструкції.

Цим умовам відповідають, наприклад, ферми чи зв'язки, у яких зварні вузли (рис. 1.4) не мають достатньої податливості, щоб їх можна було розглядати як шарнірні, але у розрахунковій схемі ферми вузли можна вважати шарнірними (рис. 1.1 б), а сама ферма стає статично визначеною конструкцією.

Такий підхід дозволяє виконувати розрахунок складних шарнірно-стрижневих конструкцій простими методами, що було дуже зручно до появи ЕОМ та розрахункових комплексів. В даний час при статичному розрахунку конструкцій із використанням програмних комплексів можна визначати

переміщення та зусилля без застосування спрощень, враховуючи жорстке сполучення елементів у вузлах ферм.



Рисунок 1.4 – Вузли ферми

Як показано на рис. 1.5 результати розрахунку для ферм з елементами з парних куточків практично не відрізняються – різниця у значеннях поздовжньої сили менше 1%, а величини згинальних моментів у другому випадку зневажливо малі. У фермах з елементами із труб або двотаврів згинальна жорсткість елементів набагато вище, тому реальна жорсткість вузлів у значній мірі впливає напружено-деформований стан конструкції. В цьому у разі розрахунок ферми слід виконувати з урахуванням фактичного конструктивного вирішення вузлових сполучень.

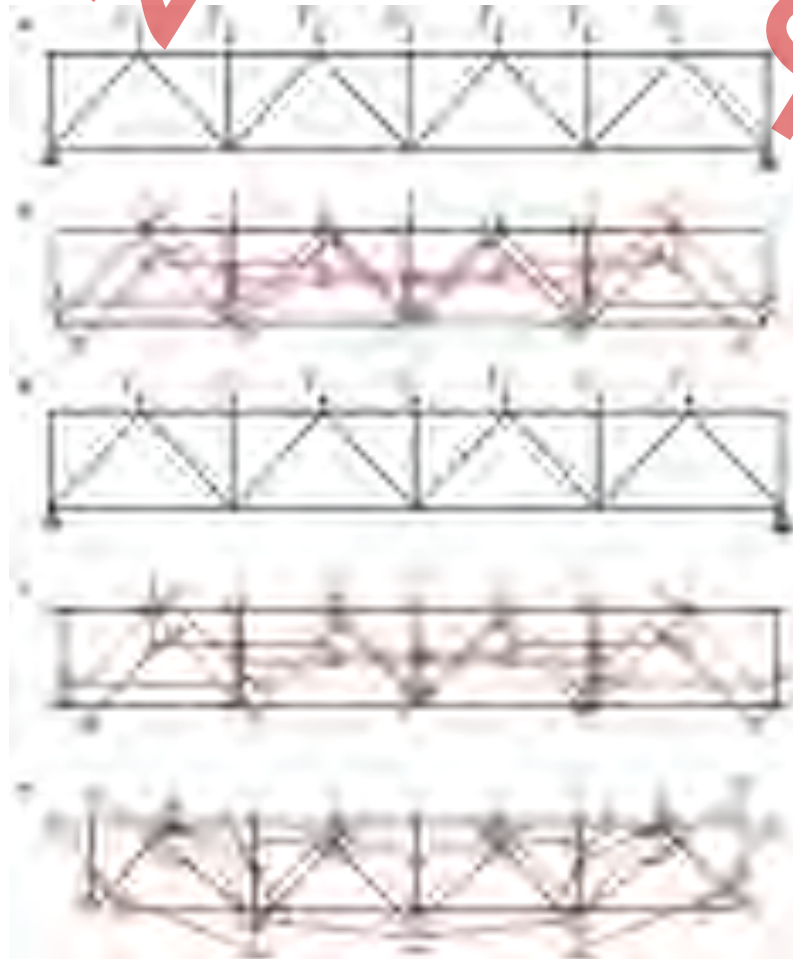
Ще один параметр розрахункової схеми – це жорсткість елементів. Розрізняють поздовжню жорсткість  $EA$ , згинальну жорсткість  $EI$  (для просторових схем у двох напрямках  $EI_x$  та  $EI_y$ ), жорсткість на зсув  $GA$ , жорсткість при чистому крученні  $GI_t$ , секторіальну жорсткість  $EI_\omega$ , де  $E$  – модуль пружності матеріалу,  $A$  – площа поперечного перерізу,  $I_x$  та  $I_y$  – моменти інерції перерізу щодо головних осей,  $G$  – модуль зсуву матеріал,  $I_t$  – момент інерції при чистому крученні,  $I_\omega$  – секторальний момент інерції.

При розрахунку статично визначальних систем жорсткість окремих елементів не впливає на внутрішні зусилля в них, і методика розрахунку побудована на застосуванні рівнянь рівноваги конструкції в цілому та її

окремих частин, тому розрахунок таких схем можна виконувати, не знаючи жорсткості елементів.

Методи розрахунку статично невизначених систем вимагають спочатку задати жорсткості елементів, хоча при застосуванні методів будівельної механіки (наприклад, метод сил, метод переміщень) спочатку можна задати

лише співвідношення жорсткостей. Для визначення жорсткості слід знати геометричні характеристики перерізу, тобто підібрати перетин, а для цього необхідно виконати статичний розрахунок і визначити внутрішні зусилля, і виходить замкнене коло. З цієї ситуації виходять, попередньо задаючи жорсткість (перетин) з урахуванням досвіду проектування чи проектів-аналогів.



- a) розрахункова схема із шарнірами ( $F = 100$  кН); б) епюра поздовжніх зусиль (кН); в) розрахункова схема із жорсткими вузлами ( $F = 100$  кН); г) епюра поздовжніх зусиль (кН); д) епюра згинальних моментів (кН·м)

Рисунок 1.5 – Порівняння розрахункових схем ферми.



Також для більшості типових конструкцій у підручниках та довідниках є рекомендації щодо попереднього призначення жорсткостей для елементів статично невизначених конструкцій. Якщо підібрані в результаті розрахунку жорсткості (перетину елементів) значно відрізняються від попередньо заданих, потрібно уточнити жорсткості і заново виконати визначення зусиль та підбір перерізів.

У методах будівельної механіки при розрахунку статично невизначених схем враховується тільки згинальна жорсткість, а при розрахунку в програмних комплексах (в їх основі, як правило, лежить метод скінченних елементів) враховується вплив усіх складових жорсткості. Тому результати статичного розрахунку для рам, отримані у програмному комплексі та, наприклад, методом сил можуть відрізнитись [1, 9].

## **1.2. Основні види фасонного і сортового прокату**

В даний час в Україні інтенсивно розвивається будівництво будівель підвищеної та високої поверховості з металевим каркасом, для виготовлення якого часто необхідні сортові та фасонні профілі компактних перерізів з різною товщиною полиць та високою міцністю, що виготовляються за допомогою сортової прокатки. При сортовій прокатці метал піддається формуванню у ряді послідовно розташованих фігурних калібрів, виконаних у робочих валках групи клітей сортопрокатного стану.

Сортовий прокат будівельного призначення – це довгомірні вироби прокатного виробництва (прутки), що мають елементарну форму поперечного перерізу (квадрат, коло, смуга, шестигранник і т. п.). Сортовий прокат (рис. 1.6) випускається у різних діаметрах та габаритах з рядової і низьколегованої маловуглецевої сталі і, як правило, є готовим для використання без подальшої обробки.

До фасонного прокату (рис. 1.7) відносяться довгомірні вироби прокатного виробництва (прутки), мають більш складну форму поперечного перерізу (куточок, швелер, квадрат, двотавр тощо). У будівництві активно

використовуються при спорудженні перекриттів, сталевих мостів, дахів будівель та споруд.

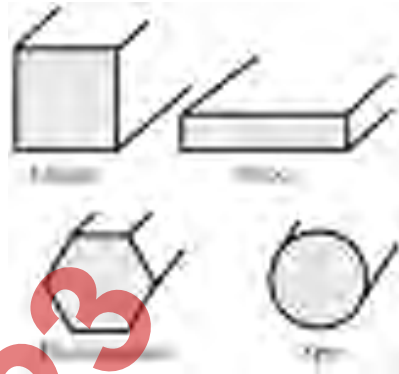


Рисунок 1.6 – Основний сортамент основного прокату



Рисунок 1.7 – Основний сортамент фасонного прокату

При поздовжній прокатці сортових та фасонних (рис. 1.8) профілів, так само, як і при листовій прокатці, передбачено обтиснення квадратної (іноді, прямокутної) безперервнолитої заготовки між тими, що обертаються в різні сторони валками прокатних станів та її переміщення перпендикулярно до осей валків.



Рисунок 1.7 – Типові фасонні профілі сортового прокату (швелер, двотавр, кутик)



Прокат сортових і фасонних профілів здійснюється в спеціальних калібрах, що є суміщенням однакових вирізів на валках, званих струмками. Таким чином, калібр - це просвіт, утворений струмками у вертикальній площині, що проходить через осі валків. Калібрування прокатних валків – послідовність калібрів, розташованих на валках прокатного стану та забезпечують отримання прокату заданих розмірів та форми (зміни поперечного перерізу). Загалом калібруванням прокатних валків називається визначення форми, розмірів та числа калібрів, розміщених на валках для отримання готового профілю за розрахованим режимом обтискань. На сортових станах, як правило, призначають по одному проходу у кожному калібрі. Від того, наскільки правильно обрано калібрування валків, залежать розміри та якість поверхні одержуваного профілю. Раціональне калібрування повинна забезпечувати:

- необхідний за розмірами профіль у межах встановлених допусків;
- хороша якість прокату - відсутність поверхневих дефектів (задирок, заходів сонця, тріщин тощо);
- максимальну продуктивність стану за рахунок мінімального числа проходів (калібрів) [5, 6].

### **1.3. Металоконструкції із профільних труб**

Металоконструкції із труб (і особливо з профільованих, тобто не круглого перерізу) – це чудовий конструкційний матеріал, здатний витримувати значні розрахункові навантаження. І це одна лише грань діапазону застосування трубних металоконструкцій, інша лежить прямо в області протилежній – художній – дизайнери, які працюють з інтер'єрами приміщень, призвичаїлися їх використовувати як елемент декору. Металоконструкції з труб потрібні в будівельній індустрії, в машинобудуванні, в сільському господарстві, на транспорті та в торгових мережах.

Профіль – це труба, що має поперечний розріз, що відрізняється від звичайного круглого. Роль таких як ребер жорсткості грають стінки труби. Труби бувають таких профілів (рис. 1.8):

- прямокутник;
- квадрат;
- ромб;
- трикутник;
- будь-який, не круглий.



Рисунок 1.8 – Труби профільні

Основні матеріали, що йдуть на металевий трубний профіль, це сталь, алюміній та мідь, а також сплави цих металів. Сталь береться високовуглецева, легована або нержавіюча сталь. Для чорної сталі потрібна додаткова операція – оцинкування.

Труба або катається (прокат) або зварюється, а потім вальцюється до потрібного профілю. У першому випадку виходить безшовний профіль

(міцніший, природніший), у другому – шовний. Шов розгладжується під час вальцювання, додаткової міцності, щоправда, трубі це не надає.

У робочому режимі сталеві труби слабо реагують на перепади температур, до силових механічних впливів до граничних величин несприйнятливі. Зате низька опірність корозії, природно, схильна як до оцинкованої, так і до звичайної сталі. Добре з антикорозійною складовою у виробів з кольорових металів і нержавіючої сталі. Як показали динамічні випробування, до безумовних переваг профільних труб слід віднести їхню виняткову міцність на розрив. Вага погонного метра істотно менша, ніж у круглих труб відповідного діаметра.

Поєднання різних параметрів створює характеристики трубних профілів, групуючи їх за кількома основними групами.

Кінцевий результат виробництва визначає профілі як:

- прокатні;
- зварювальні (шовні).

При встановлених стандартами товщинах стінок труби поділяються на:

- тонкостінні (до 5мм);
- товстостінні (до 8 мм);
- особливо товстостінні (до 14 мм).

Залежно від конфігурації перерізу профіль називатиметься:

- базова форма (квадрат – прямокутник) – стандартний;
- неординарна форма, багатокутник – нестандартний.

Трубні профілі зараз можна зустріти в будівництві: промислового, цивільного, сільському. Колони, балки, ферми, зв'язки, рами каркасу будівель та споруд. Плоскі та просторові. Зварені, на болтах, на заклепках.

Ферми мостів, каркаси промислових цехів, легкі конструкції ангарів, функціональних складів, павільйонів, критих стадіонів і автостоянок – всі вони починаються зазвичай з розрахунку, з проекту. Проект виробляється в КБ, конструкторському бюро заводу металоконструкцій та металовиробів. Тут,

узгодивши із замовником технічне завдання, кваліфіковані інженери-конструктори приступають до проектування. У роботі керуються, в першу чергу, будівельними нормами та правилами та ДСТУ на трубні профілі, на металовироби, на всі конструкції та деталі [5, 6].

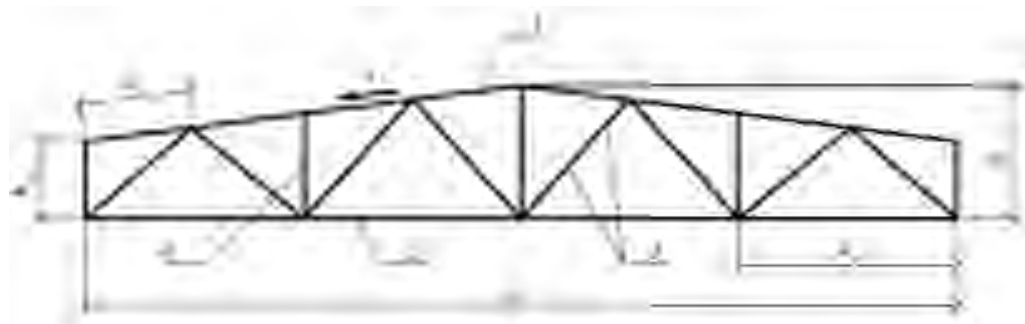
#### 1.4. Загальна характеристика конструкцій ферм

Ферма – це система стрижнів, як правило, прямолінійних, з'єднаних між собою у вузлах і утворює геометрично незмінну конструкцію.

При розрахунку ферм зазвичай приймають два припущення: всі вузли приймаються шарнірними, а навантаження — зосередженими у вузлах. У цьому випадку всі стрижні ферми відчувають лише осьові зусилля, тобто центрально стиснуті або центрально розтягнуті.

Ферми бувають плоскими (всі елементи розташовані в одній площині) та просторовими. Плоскі ферми сприймають навантаження лише у своїй площині, тому необхідне їхнє закріплення з площини за допомогою додаткових елементів – зв'язків. Просторові ферми утворюють жорстку просторову систему і можуть сприймати навантаження, що діють у будь-яких напрямках.

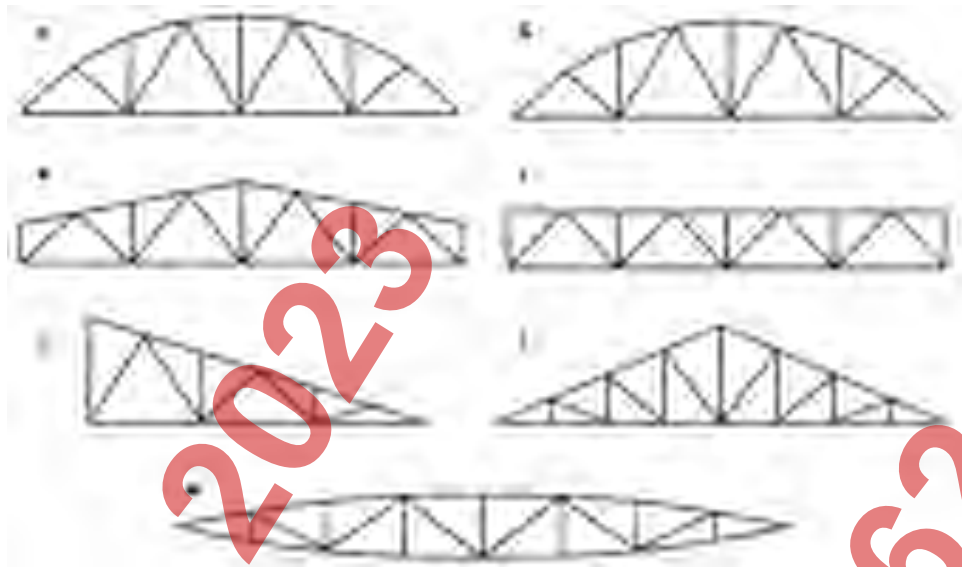
Плоскі ферми складаються з поясів та решітки. Решітка з'єднує пояси і складається з розкосів та стійок (рис. 1.9).



1 – верхній пояс; 2 – нижній пояс; 3 – розкоси; 4 – стійка;  $i$  – ухил ферми;  $L$  – проліт ферми;  $a_n$  – ширина панелі нижнього пояса;  $a_v$  – ширина панелі верхнього пояса;  $h_{оп}$  – висота ферми на опорі;  $h$  – висота ферми

Рисунок 1.9 – Основні конструктивні елементи ферми покриття

Види ферм по контуру поясів показані на рис. 1.10.



- а) сегментна; б) полігональна; в) трапецієподібна;  
 г) із паралельними поясами; д, е) трикутна;  
 ж) лінзовидна ферма (ферма-рибка)

Рисунок 1.10 – Види ферм за обрисом поясів

Сегментні ферми близькі за контуром до епюри згинальних моментів і виявляються найбільш вигідними за витратою сталі, але складні у виготовленні. Полігональні ферми з витрат сталі схожі з сегментними, але їх виготовлення простіше. Сегментні та полігональні ферми застосовуються у великопролітних покриттях та мостах. Трапецієподібні ферми застосовуються у покриттях з рулонною покрівлею (з ухилом покрівлі не більше 1:8).

Ферми з паралельними поясами найбільш зручні для уніфікації та широко застосовуються у покриттях виробничих будівель. Трикутні ферми мають великий ухил і застосовуються при влаштуванні покрівлі з штучних матеріалів.

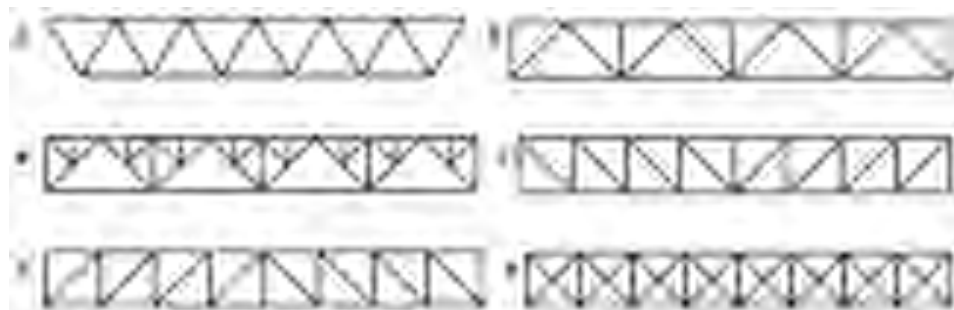
Решітка ферм приймає поперечну силу і значно впливає витрата сталі і трудомісткість виробництва ферми. Від вибраних ґрат залежить розташування вузлів ферми, яких може прикладатися навантаження. Типи решітки, що

найчастіше застосовуються, показані на рис. 1.11. Крім типів решіток, представлених на рис. 1.11 застосовуються й інші типи решітки перехресна, ромбічна, напіврозкосна.

У фермах із трикутною решіткою кількість вузлів та сумарна довжина елементів виходять найменшими. Додаткові стійки у фермах з трикутними гратами встановлюються, як правило, у місцях застосування зосереджених навантажень, а також служать для зменшення розрахункової довжина елементів поясів у площині ферми. У разі частого розташування зосереджених сил по верхньому поясу ферм застосовують шпренгельні грати, які більш трудомісткі у виготовленні, ніж трикутні, але за рахунок зменшення розрахункової довжини пояса може забезпечити економію матеріалу.

У фермах з розкосними гратами у всіх розкосах виникають зусилля одного знака, наприклад, у фермах з паралельними поясами – у висхідних розкосах діють стискаючі зусилля, а в низхідних розкосах – розтягують.

У фермах, що сприймають змінні за напрямом навантаження (наприклад, вітрові зв'язкові ферми), доцільними є хрестові грати. Ромбічні та напіврозкосні решітки в основному застосовують у вежах, щоглах, мостах зменшення розрахункових довжин стрижнів. Крім того, ці грати за рахунок подвійний системи розкосів мають підвищену жорсткість і раціональні під час роботи конструкцій на значні поперечні сили.



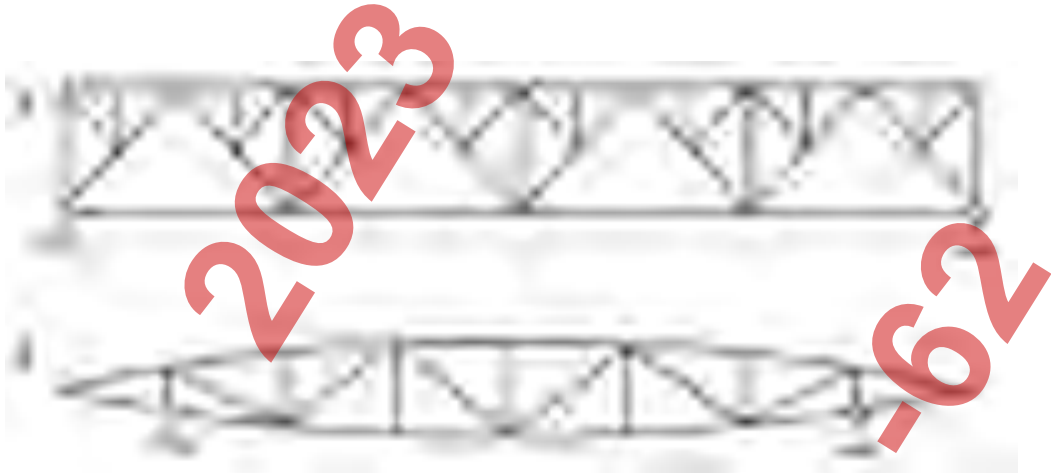
а) трикутна; б) трикутна із додатковими стійками;

в) шпренгельна; г) розкісна з низхідними розкосами;

д) розкісна з висхідними розкосами; е) перехресна (хрестовидна)

Рисунок 1.11 – Види ферм типу решітки

Опирання ферм, як правило, приймають шарнірним крайнім вузлом, іноді застосовують ферми з консольними вільотами (рис. 1.12). Жорстке з'єднання ферм з колонами застосовується рідко, наприклад, в одноповерхових промислових будинках великої висоти при великих горизонтальних навантаженнях.



а) типове; б) консольне з вільотами

Рисунок 1.12 – Опирання ферм

Ферми можна розглядати як балки наскрізного перерізу, в яких пояси в основному сприймають згинальний момент, а елементи решітки – поперечну силу.

За витратою металу ферми економічніші за балки, проте через велику кількість стрижнів і вузлів, більш трудомісткі у виготовленні. Ферми стають економічно вигіднішими за балки за умови довжини прольотів від 15 м і більше.

Перетин елементів ферм може бути запроектований з парних прокатних куточків, круглих труб, квадратних та прямокутних гнutoзварних замкнутих профілів (квадратних та прямокутних труб), двотаврів або таврів. У покриттях промислових будівель найбільшого поширення набули ферми з куточків, а в покриттях будівель спортивних, торгових та складських комплексів частіше застосовуються ферми із замкнутих гнutoзварних профілів.



З'єднання елементів ферм найчастіше виконується звареним, рідше застосовують болтові або клепані з'єднання.

Часто при розрахунку ферм приймають два припущення: всі вузли приймаються шарнірними, а навантаження зосередженими у вузлах. У цьому випадку всі стрижні ферми відчувають лише осьові зусилля, тобто центрально стиснуті або центрально розтягнуті. У фермах із прокатних куточків із покрівлею по прогонах або зі збірних ребристих залізобетонних плит вузлове навантаження забезпечено опиранням прогонів або ребер плит у вузли.

У безпрогінних покрівлях із профільованого настилу навантаження на ферму розподілена по верхньому поясу, що призводить до виникнення згинальних моментів у поясі. Також згинальні моменти в елементах ферм можуть виникати при розцентруванні вузлів ферм, коли осі елементів не сходяться у вузлі в одній точці. У цих випадках вузли ферм вважаються жорсткими та розрахунок елементів ферм виконують з урахуванням згинальних моментів [1, 2, 9].



## 2. ОСНОВИ МЕТОДУ СКІНЧЕННИХ ЕЛЕМЕНТІВ І ПРИНЦИПИ ФОРМУВАННЯ СКІНЧЕННО-ЕЛЕМЕНТНИХ МОДЕЛЕЙ

### 2.1. Основні поняття та загальна схема методу скінченних елементів

Метод скінченних елементів (МСЕ) – основний метод сучасної обчислювальної механіки, що лежить в основі переважної більшості сучасних програмних комплексів, призначених для виконання розрахунків інженерних конструкцій на ЕОМ. МСЕ використовується для вирішення різноманітних завдань як у галузі міцнісних розрахунків, так і в багатьох інших сферах: гідродинаміки, електромагнетизмі, теплопровідності та ін.

Метод скінченних елементів дозволяє практично повністю автоматизувати розрахунок механічних систем, хоча, як правило, вимагає виконання значно більшої кількості обчислювальних операцій порівняно з класичними методами механіки твердого тіла, що деформується. Сучасний рівень розвитку обчислювальної техніки відкриває широкі можливості запровадження МСЕ в інженерну практику. Тому знання основ методу скінченних елементів та сучасних програмних засобів, що дозволяють на його основі вирішувати різноманітні завдання, в наш час інженера є абсолютно необхідним.

У МСЕ досліджувана конструкція подумки розбивається на окремі частини – скінченні елементи, що з'єднуються між собою у вузлах. Сукупність з'єднаних між собою і прикріплених до основи скінченних елементів утворює розрахункову схему, яка називається скінченною елементною схемою чи скінченноелементною моделлю.

Кожен окремий скінченний елемент має бути досить простим, щоб була можливість легко визначити переміщення та напруги в будь-якої його частини за заданими переміщеннями вузлів. Зв'язок між переміщеннями вузлів елемента та силами, що діють на них, визначається за допомогою матриці жорсткості елемента. Кількість переміщень вузлів елемента, що однозначно

визначають положення даного елемента, називають числом ступенів волі елемента.

Аналогічно, для всієї скінченноелементної схеми вводяться матриця жорсткості системи  $K$  або глобальна матриця жорсткості, що встановлює зв'язок між переміщеннями вузлів системи і силами, що діють на них, а також число ступенів свободи системи, або глобальне число ступенів свободи – кількість координат вузлів системи, які достатньо знати, щоб однозначно визначити становище всієї системи. Зазвичай, всі ступені свободи представляються у вигляді вектора  $U$  вектор вузлових переміщень.

Матриця жорсткості системи формується із матриць жорсткості елементів. У програмних комплексах, що реалізують алгоритм методу скінченних елементів, ці матриці для елементів різних типів зберігаються в готовому вигляді. Матриці жорсткості елементів можуть формуватися і зберігатися в пам'яті ЕОМ у локальних системах осей координат. Матриця жорсткості системи формується у єдиній системі координат, званої глобальною системою осей координат.

Так як матриця жорсткості системи встановлює зв'язок між силами, прикладеними до її вузлів, та переміщеннями її вузлів, маючи побудовану матрицю жорсткості системи і знаючи вузлове навантаження  $F$  можна знайти переміщення всіх вузлів скінченноелементної схеми. Для цього потрібно вирішити систему лінійних алгебраїчних рівнянь

$$K U = F - F_0$$

де  $\overline{F}_M$  – вектор зовнішніх сил, а  $\overline{F}_0$  є вузловим вектором початкових сил, який має місце, наприклад, при обліку початкових температурних напружень.

Порядок цієї системи дорівнює глобальному числу ступенів свободи системи. За обчисленими таким чином переміщенням визначаються напруження та деформації.

Основні етапи вирішення задач із застосуванням МСЕ можуть бути представлені у вигляді схеми (рис. 2.1).

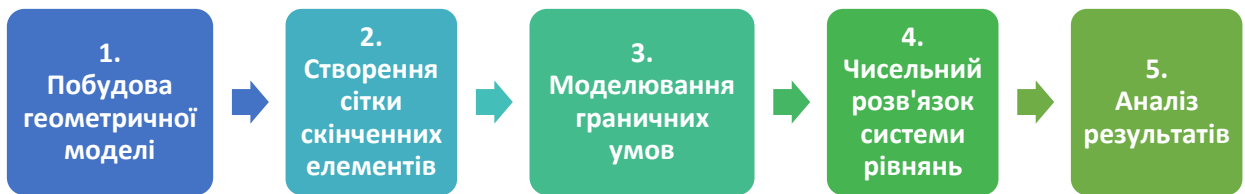


Рисунок 2.1 – Основні етапи вирішення задач із застосуванням МСЕ

Перша стадія – геометричне моделювання включає створення геометрії моделі конструкції, придатної для МСЕ, з урахуванням усіх параметрів, які можуть істотно вплинути на результати розрахунків. На цій стадії, крім введення геометричних параметрів конструкції, задаються фізичні властивості матеріалів, з яких вона виготовлена.

На етапі створення сітки скінченних елементів з'ясовується доцільність використання різних видів скінченних елементів (оболонкових, балкових, пластин, об'ємних і т. д.) в моделі, що розглядається. На цій стадії виконуються заходи щодо створення максимально можливої кількості областей із регулярною сіткою скінченних елементів. У місцях, де передбачаються великі градієнти напруг, необхідна більше дрібна сітка.

На стадії моделювання граничних умов враховують як дію активних сил, так і накладених на систему зв'язків. Додаток силових факторів має враховувати особливості реальної роботи конструкції при режимах експлуатації, що розглядаються.

Кількість зв'язків має бути достатньою, щоб забезпечити побудову кінематично незмінної моделі.

Чисельне рішення системи рівнянь рівноваги виконується, зазвичай, автоматично з допомогою ЕОМ.

На п'ятому етапі проводять аналіз отриманих результатів шляхом отримання полів законів розподілу напруги та деформації, а також побудови необхідних графічних залежностей або табличних форм виведення результатів [7, 8, 10].

## 2.2. Атрибути скінченних елементів та побудова сітки

У процесі скінченноелементного моделювання одним із важливих етапів є створення сітки скінченних елементів. Розглянемо основні типи скінченних елементів та його властивості, звані атрибутами елементів.

**Власна розмірність.** Положення скінченних елементів можуть описуватися однією, двома або трьома просторовими координатами залежно від розмірності задачі. Відповідна кількість внутрішніх або локальних координат називається власною розмірністю елемента.

Час у динамічному аналізі сприймається як додаткова розмірність. Зазначимо, що іноді в розрахунках використовуються спеціальні елементи з нульовою розмірністю, такі як точкові маси або пружні зосереджені елементи (пружини).

**Вузлові точки.** Вузлові точки або вузли призначені для опису геометрії елемента та завдання фізичних ступенів свободи (числа невідомих функцій). Як правило, вузли знаходяться у кутових або крайніх точках елемента. Іноді вводять додаткові вузли, які розташовані всередині елемента. Число вузлів пов'язане з порядком апроксимації, який забезпечує цей скінченний елемент. Елементи, що мають тільки кутові вузли, називаються лінійними та забезпечують лінійну інтерполяцію геометрії та функцій. Елементи, що мають додаткові вузли на своїх кордонах між кутовими точками, можуть забезпечувати квадратичну або кубічну інтерполяцію (рис. 2.2). За наявності сучасних автоматичних генераторів скінченно-елементних сіток часто буває простіше та зручніше розбити конструкцію на велику кількість лінійних елементів простої форми, ніж використовувати елементи високого порядку, що вимагають побудови сітки значну роботу вручну. У той же час квадратична та кубічна інтерполяції забезпечують більш високу точність розрахунку.

**Геометрія елемента.** Геометрія елемента визначається розташуванням вузлових точок. Більшість елементів, що використовуються у розрахунках, мають просту геометричну форму. Наприклад, в одновимірному випадку елементи зазвичай є прямолінійними відрізками або сегментами кривих ліній;

у двовимірному випадку елементи мають три- або чотиристоронню форму (див. рисунок 1.2); у тривимірних задачах найбільш поширені такі геометричні фігури, як тетраедри, гексаедри (рис. 1.2) та призми.

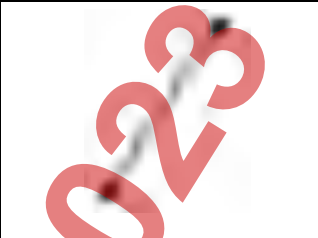
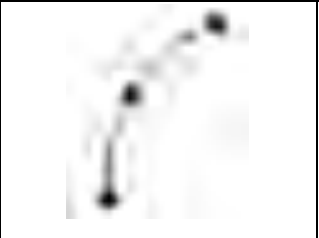
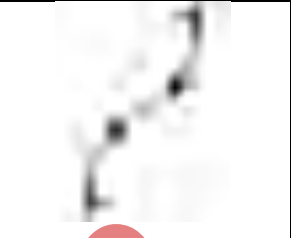

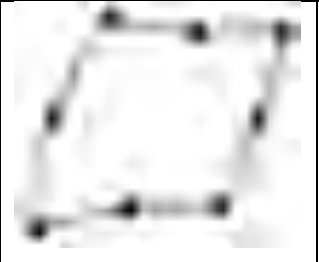
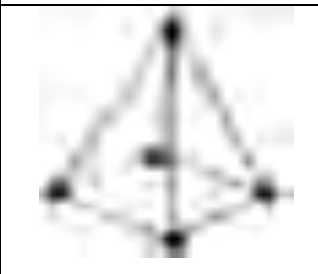
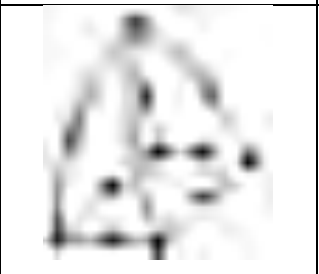

		Геометрія і функція апроксимації		
		лінійна	квадратична	кубічна
Геометрія	1D			
	2D			
	3D			

Рисунок 2.2 – Скінченні елементи для одно-, дво- та тривимірних задачах з різним порядком апроксимації

**Ступені свободи.** Як ступені свободи можуть фігурувати як вузлові значення невідомої функції, і її похідні за просторовими координатами у вузлах. У першому випадку елементи відносяться до типу лагранжових елементів, у другому – ермітових. Наприклад, у найпростішій задачі про розтягнення стрижня невідомою функцією є поздовжні зміщення вузлів стрижня. Відповідно як ступені свободи виступають вузлові значення цієї функції і, отже, скінченний елемент відноситься до лагранжового типу. Навпаки, у задачі про вигин стрижня невідомою функцією є поперечні зміщення вузлів центральної осі стрижня, а як ступінь свободи

використовуються як вузлові значення самої функції, і її похідної по поздовжній координаті. Таким чином, скінченний елемент, що застосовується у розрахунках стрижня на вигин відноситься до типу ермітових елементів. Зауважимо також, що дані позначення походять від назв поліномів Лагранжа та Ерміта, що широко використовуються в прикладній математиці для інтерполяції функцій за вузловими значеннями.

**Визначальні співвідношення.** Для скінченних елементів, що використовуються в механічних розрахунках, визначальне співвідношення задає поведінку матеріалу, з якого виготовлено конструкцію. Наприклад, як таке співвідношення у багатьох випадках використовується узагальнений закон Гука, що зв'язує тензори деформацій та напруг у точці. Для лінійного пружного стрижневого елемента достатньо встановити один модуль Юнга  $E$  і коефіцієнт температурного розширення

**Властивості перерізу.** До властивостей перерізу належать площі та моменти інерції одновимірних скінченних елементів (балки, стрижні), і навіть товщини двовимірних скінченних елементів (пластини, оболонки).

Одним із найважливіших етапів скінченноелементного аналізу є побудова сітки скінченних елементів. У існуючих програмних комплексах, як правило, передбачаються два основні методи: побудова довільної сітки (рис. 2.3, *a*) і побудова впорядкованої сітки (рис. 2.3, *б*).

Необхідно пам'ятати, що точність розрахунку за допомогою МСЕ залежить від правильного вибору типів та розмірів скінченних елементів. Практика розрахунків із застосуванням МСЕ дозволяє надати такі рекомендації:

- лінійні елементи вимагають дрібнішої сітки, ніж елементи високого порядку (з проміжними вузлами);
- упорядкована сітка переважно довільної;
- прямокутна сітка з чотирма вузлами (рис. 2.4, *a*) вигідніша, ніж сітка з трикутними елементами (рис. 2.4 *б*);

- сітка трикутних елементів із проміжними вузлами (рис. 2.4, в) має точність, близьку до сітки прямокутних елементів з чотирма вузлами (рис. 2.4, а);
- прямокутна сітка з вісьма вузлами (рис. 2.4, з ) краще сітці трикутних елементів з проміжними вузлами (рис. 2.4, в), незважаючи на велику площу прямокутних елементів;
- апроксимація зміщень кубічним поліномом (елемент третього порядку) не потребує дрібної сітки.



Рисунок 2.3 – Приклади вільного і впорядкованого розбиття

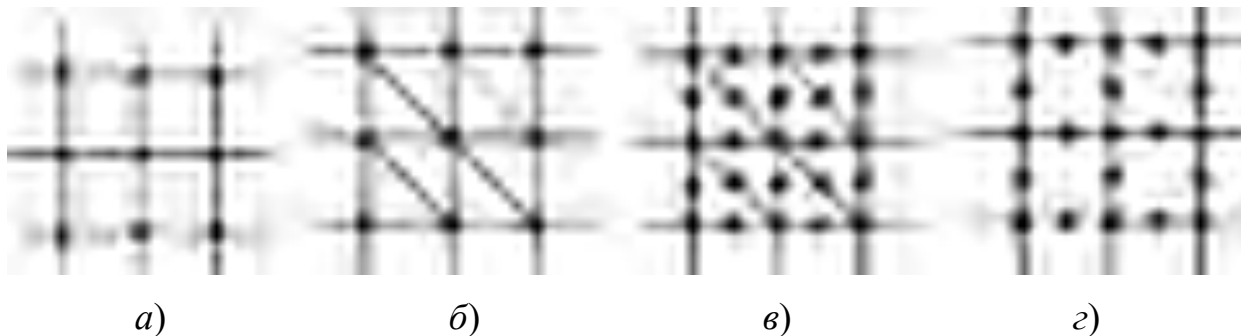


Рисунок 1.4 – Різні типи скінченно-елементних сіток

Дрібна сітка потрібна там, де очікується великий градієнт деформацій чи напружень (отвір, проточка, тріщина тощо). В той же час велика сітка може застосовуватися в зонах з малозмінними відносними деформаціями або напруженнями, а також в областях, які не становлять особливого інтересу для розрахункової програми. У зв'язку з цим перед створенням скінченно-



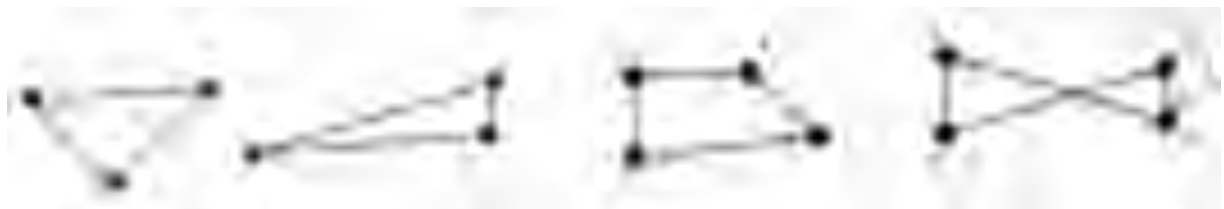
елементної сітки необхідно виділити передбачувані області концентрації напруження.

Зауважимо, що точність результатів розрахунків зменшується, якщо суттєво різняться розміри сусідніх елементів поблизу концентратора напруги (рис. 2.5).



Рисунок 2.5 – Допустимі розміри елементів.

Форма скінченних елементів також впливає на точність обчислень. Слід уникати надто витягнутих елементів, оскільки елементи з приблизно однаковими розмірами сторін дають меншу помилку (рис. 2.6, а). Забороняється використовувати чотирикутні елементи з кутами, що перевищують  $180^\circ$  (рис. 2.6, б).



Вдало

Невдало

Правильно

Неправильно

а)

б)

в)

г)

Рисунок 2.6 – Приклади форм елементів.

### 2.3. Накладення граничних умов. Точність результатів

Завдання граничних умов – одне із відповідальних етапів скінченноелементного аналізу. Цей етап моделювання необхідний для того, щоб забезпечити відповідність переміщень вузлів моделі аналогічних вузлів натурної конструкції. Тут повинні вказуватись обмеження, накладені на



конструкцію зв'язками, при цьому переміщення в залежності від особливостей роботи конструкції можуть набувати як нульових, так і ненульових значень. Крім того, на цій стадії моделювання задаються силові фактори, що діють на об'єкти, що досліджуються.

Граничні умови (переміщення чи сили) прикладаються лише до узлів. Необхідно звернути особливу увагу на те, що кількість граничних умов має бути мінімально необхідним, щоб відобразити реальну роботу конструкції. Так, наприклад, не слід фіксувати всі ступені свободи у кожному вузлі елемента; не можна прикладати силу в тому самому напрямку, в якому в цьому вузлі заборонено зміщення; повна відсутність закріплення вздовж якоїсь із осей може призвести при аналізі до зсуву вздовж цієї осі.

Якщо конструкція має осі або площину симетрії, то при призначенні граничних умов необхідно враховувати це. Так, наприклад, рама вагона (рис. 2.7) має дві площини симетрії. Очевидно, що при її статичних розрахунках немає необхідності моделювати всю конструкцію цілком (за умови симетричної схеми навантаження). Можна змоделювати лише частину конструкції ( $\frac{1}{2}$  або  $\frac{1}{4}$ ), маючи на увазі, що в точках на площинах симетрії переміщення, спрямовані за нормаллями до цих площин, відсутні. Ця обставина враховується відповідними граничними умовами.



Рисунок 2.7 – Моделювання рами вагона.

Незважаючи на високий рівень розвитку програмного забезпечення, що реалізує МСЕ, результати розрахунків можуть виявитися невірними. Використання обчислювальної техніки в ролі «чорної скриньки», без розуміння основних процесів та етапів обчислень, може призвести до суттєвих помилок.

Пристаюючи до скінченно-елементного аналізу, дослідник повинен розуміти:

- до якої галузі аналізу належить ця задача;
- яка частина всієї конструкції має досліджуватися докладніше;
- які спрощення можна припустити при створенні розрахункової моделі.

Помилки можуть виникати різних стадіях аналізу: постановці завдання, побудові скінченноелементної моделі, чисельному розв'язанні. Наприклад, при постановці завдання обраний тип скінченного елемента або його розмір може не відповідати фізичному поведінці матеріалу конструкції. Ще одним джерелом помилок під час постановки завдання є некоректне завдання граничних умов. Помилки побудови моделі (дискретизації) виникають при заміні реальної конструкції недостатнім числом скінченних елементів. Помилки, пов'язані з чисельним розв'язком, зазвичай, виявляються під час вирішення завдань, у яких мають місце нелінійності [7, 8, 10].

### 3. МЕТОДИКА ДОСЛІДЖЕННЯ МЕТАЛОКОНСТРУКЦІЙ У СЕРЕДОВИЩІ *SOLIDWORKS*

#### 3.1. Метод скінченних елементів у *SOLIDWORKS*

САПР *SOLIDWORKS* використовує метод скінченних елементів (МСЕ) як чисельний метод аналізу технічних конструкцій. МСЕ прийнятий як стандартний метод аналізу завдяки його універсальності та придатності для роботи на комп'ютерах. МСЕ ділить модель на багато малих частин простих форм, званих елементами, що ефективно замінюють складне завдання кількома простими, які необхідно вирішити разом.

Елементи мають спільні точки, які називаються вузлами. Процес розподілу моделі на малі частини називається створенням сітки.

Поведінка кожного елемента за всіма можливими сценаріями опори та навантаження добре відома. Метод скінченних елементів використовує елементи різних форм.

Реакція у будь-якій точці елемента інтерполюється з реакції вузлів елементів. Кожен вузол повністю описується рядом параметрів, які залежать від типу аналізу та використовуваного елемента. Наприклад, температура вузла повністю описує його реакцію у термічному аналізі. Для розрахунків конструкції реакція вузла представляється, загалом, трьома переміщеннями та трьома обертаннями. Вони називаються ступенями свободи (*DOF*). Аналіз, який використовує МСЕ, називається аналізом скінченних елементів (*ACE*).

Програмне забезпечення розробляє рівняння, що керує поведінкою кожного елемента з огляду на його з'єднання з іншими елементами. Ці рівняння пов'язують реакцію з відомими властивостями матеріалу, обмеженнями та навантаженнями.

Далі програма впорядковує рівняння у велику систему спільних рівнянь алгебри і знаходить невідомі.

Наприклад, розрахунку напружень вирішувальна програма знаходить переміщення у кожному вузлі, та був обчислює деформації і скінченне напруга.

Програмне забезпечення пропонує такі типи досліджень:

Статичні дослідження (або дослідження напруги). Статичні дослідження обчислюють переміщення, сили реакції, навантаження, напруги та розподіл запасу міцності. Матеріал руйнується там, де навантаження перевищили певний рівень. Обчислення коефіцієнта запасу міцності виходить з одного з чотирьох критеріїв міцності.

Частотні дослідження. Тіло, виведене зі стану спокою, починає коливатися певних частотах, про власних чи резонансних частотах. Найнижча власна частота називається основною частотою. При кожній своїй частоті тіло приймає певну форму, яка називається формою коливань. При частотному аналізі розраховуються власні частоти та асоційовані форми коливань.

Динамічні дослідження. Динамічні дослідження обчислюють реакцію моделі, викликану навантаженнями, прикладеними раптово, або змінюються з часом або частотою.

Термічні дослідження. Термічні дослідження підраховують температури, градієнт температури та тепловий потік на основі тепловиділення, теплопровідності, конвекції та умов випромінювання. Термічні дослідження можуть допомогти уникнути небажаних термічних умов: наприклад, перегріву та плавлення.

Дослідження на ударне навантаження. За допомогою випробувань на ударне навантаження можна оцінити вплив падіння конструкції на тверду підлогу. Крім сили тяжіння, вказується висота скидання чи швидкість під час удару. Програма вирішує динамічну задачу у вигляді часової залежності, використовуючи експліцитні методи інтегрування. Експліцитні методи – швидкі, але вимагають використання малих тимчасових інкрементів. Завдяки великій кількості інформації параметри аналізу можна генерувати, програма зберігає результати у певний час та у певному місці відповідно до інструкції, заданої перед запуском аналізу.

Дослідження втоми (матеріалів). Повторювані операції застосування навантаження та її ослаблення з часом призводять до послаблення об'єктів, навіть якщо індукована напруга набагато менша, ніж допустиме обмеження

навантаження. Кількість циклів, необхідне для руйнування втоми в місцеположенні залежить від матеріалу і коливань напруги. Ця інформація, для певного матеріалу, забезпечується кривою, яка називається *S-N* крива. Крива показує кількість циклів, що спричиняє руйнування на різних рівнях напруження. Дослідження втоми обчислюють термін служби об'єкта, що базується на подіях втоми матеріалів та кривих *S-N* [8].

### 3.2. Балкові та стрижневі конструкції у *SOLIDWORKS*

Продуктивність моделювання в *SOLIDWORKS* можна оптимізувати за допомогою моделювання елементів конструкції з балочними елементами.

Балкові елементи підлягають дослідженням втрати стійкості, статичним, частотним та нелінійним дослідженням. Рішення з великим переміщенням у статичних дослідженнях не застосовується для балок. Щоб постановка задачі для балок дала прийнятні результати, довжини балки має бути в 10 разів більшою за найбільшу довжину її перерізу.

#### *Прямі та вигнуті балки*

Кожен прямий елемент конструкції визначається прямою лінією, що з'єднує два з'єднання на кінцях. Вигнутий елемент конструкції змодельований безліччю прямих балок. Передбачається, що поперечний переріз балки є постійним у всій її довжині. Внутрішньо програма розбиває сітки кожну балку, створюючи безліч балкових елементів. Кожен балковий елемент визначається двома кінцевими вузлами та поперечним перерізом. При перегляді сітки та результатів балки можуть бути представлені на фактичній геометрії балки чи циліндрами незалежно від фактичного поперечного перерізу.

На рис. 3.1 та рис. 3.2 показано, як змодельований елемент конструкції. На рис. 3.1 показаний елемент конструкції та з'єднання, коли елемент конструкції визначений як балка. На рис. 3.2 показана сітка, де балка розділена на безліч балкових елементів, представлених циліндрами та геометрією балки.



Рисунок 3.1 – Елемент конструкції і з'єднання

Рисунок 3.2 – Сітка на циліндрах і геометрії балки

### ***Елемент конструкції та з'єднання.***

### ***Сітка на циліндрах та геометрії балки***

Наявність вирізів, отворів або нерівностей геометрії вздовж довжини балок негативно впливає на результати аналізу балок, а також на 3D-відрисовування сітки балок та епюри результатів. Рекомендується видалити всі вирізи, отвори чи нерівності геометрії з елементів конструкції перед створенням сітки балок та запуском аналізу. Якщо неможливо видалити нерівності геометрії вздовж довжини елементів конструкції, то для отримання точніших результатів використовуйте сітку твердого тіла замість сітки балок.

### ***Конічні балки***

Можна розглядати геометрію, що звужується, в якості балок з різними розмірами поперечного перерізу по їх довжині. На рис. 3.3 показана балка, яка звужується з розміром поперечного перерізу, що зменшується в зазначеному напрямку. Звуження балка показана прямою лінією (нейтральна вісь), що з'єднує два кінцевих з'єднання. На рисунках нижче показана сітка, на якій балка розділена на кілька балок, що звужуються, представлених циліндрами зліва і геометрією балки справа. Кожен елемент складається з двох вузлів із різною площею поперечного перерізу. Сітка та результуючі епюри дають візуальне уявлення про ухил по довжині балки.



Рисунок 3.3 – Балка, що звужується

### **Створення балок**

Елементи конструкції, визначені як зварювальні елементи, створюють сітку з елементами балки за замовчуванням. З такими елементами конструкції можна поводитись як з твердими тілами, за допомогою вибору їх значка в дереві моделювання дослідження *Simulation* та вибором функції Розглядати як тверде тіло. Для коротких елементів конструкції (відношення довжини до найбільшого ортогонального поперечного перерізу від центроїду менше 3,0) рекомендується використовувати сітку на твердому тілі.

Щоб розглянути витягнуті, віддзеркалені по перерізу або імпортовані тіла з постійним профілем поперечного перерізу або з різним розміром поперечного перерізу як балки, виберіть їх у дереві дослідження *Simulation* і потрібно натиснути «Розглядати як балку».

Параметр «Розглядати як балку» недоступний, якщо співвідношення довжини тіла та найбільшого ортогонального поперечного перерізу від центроїду менше 3,0. Це обмеження застосовується тільки до елементів конструкції, створених за допомогою елементів «Витягнути», «Повернути», «По траєкторії» і т.п.



Можна визначити елемент конструкції як стрижня або балки в *PropertyManager* – «Застосувати/редагувати балку» [8, 10-14].

### 3.3. Балки в *SOLIDWORKS*

Балкові елементи можуть чинити опір згину, поперечним силам і скручуючим навантаженням. Типова рама (рис. 3.4), змодельована з балкових елементів передачі навантаження на опори. Моделювання таких рам стрижневими елементами не досягає успіху, оскільки в них немає алгоритму передачі прикладеного горизонтального навантаження на опори.



Рисунок 3.4 – Рама, змодельована з балкових елементів

Для балкових елементів потрібно визначення точного поперечного перерізу для того, щоб програма могла обчислити моменти інерції, нейтральні осі та відстані від крайніх волокон до нейтральних осей. Напруження змінюються на площині поперечного перерізу та вздовж балки.

Розглянемо тривимірну балку з площею поперечного перерізу (A) та асоційованою сіткою. Елементи балок можуть відображатися на дійсній геометрії балки або порожнисті циліндри незалежно від дійсної форми перерізу.





Тривимірна геометрія

Сітка на циліндрах  
(кожен порожнистий  
циліндр є елементом)Сітка на геометрії  
балки

Рисунок 3.4 – Відображення елементів балки

На рис. 3.5 відображено невеликий сегмент уздовж балкового елемента, підданого впливу спрощених двовимірних сил (осьове зусилля  $P$ , зусилля зсуву  $V$  і згинальному моменту  $M$ ):



Рисунок 3.5 – Навантаження на балковий сегмент

У загальному випадку на сегмент впливають 3 сили та 3 моменти.

Рівномірне осьове напруження  $\sigma_o = P/A$  (аналогічно стрижневим елементам).

Рівномірне напруження зсуву  $\tau_{zp} = V/A$ .

Згинальний момент  $M$  викликає осьове напруження, яке змінюється в лінійній залежності при зміні вертикальної відстані  $Y$  від нейтральної осі.

Напруження при згинанні (згин у напрямку  $y$ )  $\sigma_{zg} = My/I$ , де  $I$  – це момент інерції по нейтральній осі.

Напруження при згині є найбільшим в крайніх волокнах. У цьому прикладі найбільше стиснення відбувається у верхньому волокні, а найбільший розтяг утворюється в крайніх нижніх волокнах.

### ***З'єднання***

З'єднання визначені на вільних кінцях елементів конструкції та на перетині двох або більше елементів конструкції. Інструмент *PropertyManager* «Редагувати з'єднання» допомагає правильно визначити з'єднання. Програма створює вузол у центрі поперечного перерізу кожного елемента з'єднання. Внаслідок відсікання та використання різних поперечних перерізів для різних елементів, вузли елементів, пов'язаних із з'єднанням, можуть не збігатися. Програма створює спеціальні елементи біля з'єднання для моделювання жорсткого з'єднання, заснованого на геометричних та фізичних властивостях.

### ***Властивості матеріалів***

Завжди потрібні модуль пружності та коефіцієнт Пуассона. Щільність потрібна лише у тому випадку, якщо розглядаються гравітаційні навантаження.

### ***Обмеження***

Можна використовувати обмеження лише на з'єднаннях. На кожному з'єднанні є 6 ступенів свободи. Можна застосувати нульові або ненульові задані переміщення та обертання.

### ***З'єднання***

У дослідженні балок, твердих тіл та поверхневих оболонок, можна виконати такі операції: зв'язати балки та з'єднання балок з твердим тілом та гранню оболонки.

З'єднання між елементами конструкції, що стикаються з поверхнею або металевою гранню, створюються автоматично.

### ***Балки-підсилювачі для вигнутих поверхонь***

Балки (прямі або вигнуті), що виступають у ролі підсилювачів, тепер можна пов'язувати з вигнутими поверхнями оболонок або тіл із листового металу.

Програма автоматично зв'язує балки з вигнутими поверхнями, якщо вони стикаються з цими балками або між поверхнями та балками є дуже невеликий проміжок. Розміри балок, що використовуються, сумісні з розмірами сітки поверхні. Цей елемент застосовний до статичного, частотного досліджень і дослідження втрати стійкості.

### ***Навантаження***

Можна прикладати такі навантаження:

- зосереджені сили та моменти на з'єднання та довідкові точки;
- у динамічних дослідженнях можна застосовувати навантаження, що залежать від часу чи частоти;
- розподілені навантаження вздовж усієї довжини балки;
- гравітаційне навантаження. Програма обчислює гравітаційні сили на основі заданих прискорення та щільності;
- рівномірне або обране збудження основи динамічних досліджень;
- початкові умови динамічних досліджень. Можна застосувати початкове переміщення, швидкість або прискорення (з часом  $t=0$ ) до з'єднань або сегментів балки.

### ***Створення сітки***

Елемент конструкції автоматично визначається як балка і з його допомогою створюється сітка з елементами балок. Після створення сітки можна застосувати елементи керування сіткою для налаштування іншої кількості елементів або розміру елементів для вибраних балок.

Елементи балок можуть відображатися на дійсній геометрії балки або порожнисті циліндри незалежно від дійсної форми перерізу.

### ***Результати***

Результати кожного елемента представлені у його локальних напрямках. Можна переглядати рівномірні осьові, крутні, згинальні напруги в двох ортогональних напрямках (напр. 1 і напр. 2), і найбільші напруги в крайніх волокнах, що викликаються комбінацією осьових і згинальних напружень.

Перетин балки, підданого впливу осевого зусилля  $P$  та двох моментів  $M_1$  та  $M_2$ , показано на рис. 3.6. Момент  $M_1$  спрямований у напрямку 1 осі, а момент  $M_2$  - у напрямку 2 осі.



Рисунок 3.6 – Переріз балки, підданий навантаженню

При виборі параметра «Відображення профілю балки» (*PropertyManager* «Епюра напружень») програма розраховує напруження, які змінюються в межах площини перерізу. Напруження розраховуються на обох кінцях кожного елемента сітки, а також у різних точках перерізу на різній відстані від нейтральної осі балки.

При скасуванні вибору параметра «Зображення профілю балки» програма розраховує значення напружень на крайніх волокнах кожного кінця балки. Створюється звіт про значення напружень з найбільшою величиною кожного сегмента балки.

### 3.4. Напрямки балок

При моделюванні структурного елемента як балки програма автоматично створює локальну систему координат для балки. У програмі відображається список сил і напружень балки на основі локальної системи координат балки.

Щоб переглянути систему координат балки, потрібно виконати наведені нижче дії.

У дереві дослідження *Simulation* натиснути правою кнопкою миші визначення балки і вибрати «Редагувати визначення» – «Показувати напрямок балки».

Червона стрілка (рис. 3.7) показує додатній осьовий напрямок, зелена стрілка показує додатній напрямок 1, а синя стрілка показує додатній напрямок 2 для обраної балки. Програма створює епюру локальної системи координат балки у центрі балки.

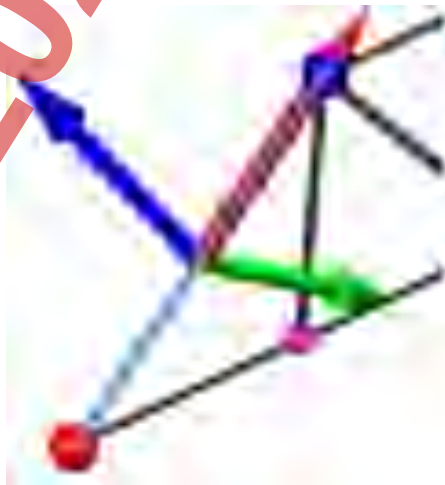


Рисунок 3.7 – Система координат балки

Осьовий напрямок йде від Кінця 1 балки до Кінця 2. Програма призначає напрямок 1 (Напр1) та напрямок 2 (Напр2) залежно від геометрії перерізу. Елемент «Напр1» паралельний найдовшій прямій кромці поперечного перерізу балки. Якщо найдовша кромка вигнута, то елемент «Напр1» є дотичним до вигнутої кромки. Елемент «Напр2» перпендикулярний елементу «Напр1» проти годинникової стрілки.

Нижче наведені приклади призначення напрямків балки для різних поперечних перерізів.

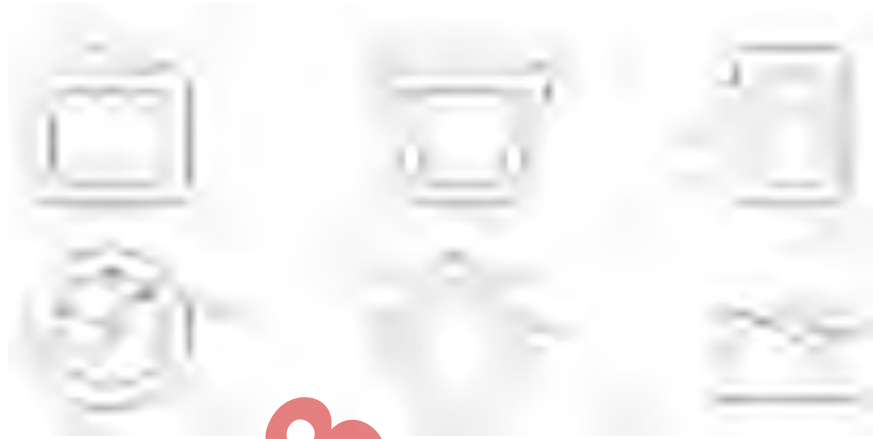


Рисунок 3.8 – Напрямки балок для різних перерізів

Програма створює кілька елементів балки кожного визначення балки (рис. 3.9).



Рисунок 3.9 – Декілька елементів балки для кожного з визначень

Після запуску моделювання з балками програма перераховує сили балки (осьові, поперечні сили у напрямку 1, поперечні сили у напрямку 2, момент у напрямку 1, момент у напрямку 2 і крутний момент), а також напруження балки відповідно до локальної системи координат балки.

Для вигнутих профілів програмне забезпечення створює багато коротких прямих балок для апроксимації форми. Кожна балка має свої власні локальні напрямки. Наприклад: осьовий напрямок кожної балки з перетином по траєкторії (рис. 3.10), визначається прямою лінією, що з'єднує два його

з'єднання. У графічній області одну систему координат показано у середині балки [8, 10-14].



Рисунок 3.10 – Апроксимація форми вигнутої балки

### 3.5. Стрижні в *SOLIDWORKS*

Стрижень є спеціальним балковим елементом, який може чинити опір тільки осьовій деформації. Розглянемо конструкцію (рис. 3.11).

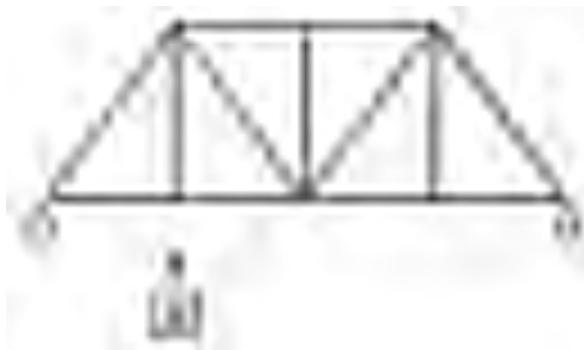


Рисунок 3.11 – Модель конструкції для аналізу

З'єднання в цьому класі конструкцій спроектовані таким чином, що в них не утворюються моменти. Єдиним значним зусиллям, що у кожному елементі, є осьове зусилля. Осьове зусилля є постійним по всій довжині кожного елемента і викликає осьову напругу, яка однакова по всьому поперечному перерізі. Такі елементи змодельовані як стрижневі елементи. Стрижневі елементи широко використовуються в будівельній галузі, наприклад, мостах,

дах, геліоенергетичних установках баштового типу та в багатьох інших конструкціях.

Стрижневий елемент визначено двома вузлами. Кожен вузол має 3 ступені свободи – переміщення у 3-х ортогональних напрямках. Стрижневий елемент, показаний нижче, зацмлений у лівому вузлі, а осьове зусилля  $P$  прикладено у правому вузлі. Осьовий напрямок направлено по довжині балки або стрижня, в жодному з напрямків поперечного перерізу (рис. 3.12).



Рисунок 3.12 – Стрижневий елемент конструкції

Осьове напруження  $(\sigma_x)=P/A$ , а осьове переміщення правого вузла  $(U_x)=P \cdot L/A \cdot E$

де:  $P$  – осьове зусилля за довжиною стрижневого елемента

$A$  – площа поперечного перерізу стрижня

$L$  – довжина стрижня

$E$  – модуль пружності.

Наведене вище рівняння можна записати як  $U_x=P/(A \cdot E/L)=P/K$ , де  $K=A \cdot E/L$  передбачає, що стрижневий елемент є аналогічним осьовій пружині жорсткістю  $k=A \cdot E/L$ .

### ***Властивості матеріалів***

В аналізі завжди необхідно модуль пружності. Щільність потрібна лише у тому випадку, якщо розглядаються гравітаційні навантаження.

### ***Обмеження***

До стрижневих з'єднань можна застосувати лише поступальні обмеження. Є 3 поступальні ступені свободи у кожному вузлі (з'єднанні). Обмеження «Фіксоване» та «Нерухоме» (немає переміщень) подібні до



стрижневих з'єднань, оскільки обертання не передбачено. Можна застосувати нульові або ненульові переміщення. Якщо стрижні та балки зустрічаються у з'єднанні, можна застосувати обертання, але вони поширюються лише на балки.

### ***Навантаження***

Можна додати зосереджені сили на з'єднання та довідкові точки. Також можна докласти сили тяжіння. Програма обчислює гравітаційні сили на основі заданих прискорення та щільності. Зверніть увагу, що розглядається лише осьові сили, що утворюються у кожному елементі. Зауважимо, що стрижень нехтує будь-якою силою, прикладеною перпендикулярно йому.

### ***Створення сітки***

Створювач сітки використовує стандартну кількість елементів для створення сітки балок та стрижнів. Можна змінити параметри сітки (кількість елементів або розмір сітки) для вибраних балок або стрижнів, використовуючи елементи керування сіткою.

Елементи балок і стрижнів відображаються у вигляді твердотілих циліндрів (незалежно від фактичної форми їх поперечного перерізу) або дійсної геометрії балки.

Прямий елемент конструкції, визначений як стрижень, представлений одним стрижневим елементом. Зміна осьової деформації є лінійною, а осьове напруження постійне по всьому поперечному перерізу і вздовж стрижня.



Рисунок 3.13 –Елемент конструкції, визначений як стрижень

## ***Результати***

Можна переглядати осьові напруги та сили, переміщення та епюри деформованої форми. Сили та напруги в стрижневому елементі є постійними по всьому поперечному перерізу і вздовж стрижня. Переміщення між кінцями змінюються у лінійній залежності. Сили, навантаження та напруги в напрямках, відмінних від осьового напрямку, дорівнюють нулю. В епюрі напружень кожен стрижневий елемент пофарбований одним кольором. Сила в стрижневому елементі дорівнює осьовому напрузі помноженому на площу поперечного перерізу [8, 10-14].

### **3.6. Виконання аналізу з використанням балок чи стрижнів**

Щоб аналізувати модель з елементами конструкції, необхідно виконати наступне:

- 1) Визначити дослідження втрати стійкості, статичне, частотне чи нелінійне дослідження елементів конструкції чи витягнутих тіл, які розбиті на сітку з балками.
- 2) Натиснути правою кнопкою миші на піктограму балки у дереві дослідження *Simulation* і вибрати «Редагувати визначення», щоб встановити граничні умови на кінцях балки.
- 3) Щоб змінити будь-який з елементів балки на стрижневий елемент: натиснути правою кнопкою миші піктограму балки у дереві дослідження *Simulation* і вибрати «Редагувати визначення». У вікні *PropertyManager* «Застосувати/редагувати балку» вибрати «Стрижень» та натиснути *Ok*.
- 4) Призначити матеріали балкам. Для балок підтримується тільки модель матеріалу «Лінійний пружний ізотропний».
- 5) Створити з'єднання. У дереві дослідження *Simulation* натисніть правою кнопкою миші папку З'єднання балок і виберіть Редагувати. У вікні *PropertyManager* вибрати: «Все, щоб визначити з'єднання для всіх елементів конструкції» або «Вибрати, щоб визначити з'єднання для вибраних елементів конструкції». Натиснути «Обчислити». Програмне

забезпечення додає з'єднання на вільних кінцях елементів конструкції та на перетині двох або більше елементів конструкції. Використовуйте параметр Розглядати як з'єднання для зазору менше, ніж для встановлення належного визначення з'єднань. Суміжні з'єднання на відстань меншу, ніж значення зазору зливаються. Натиснути *Ok*.

- 6) Застосуйте навантаження до з'єднань, довідкових точок або елементів конструкції. Для стрижнів можна застосувати навантаження лише до з'єднань.
- 7) Обмеження використовують лише для з'єднань. Існує шість ступенів свободи для кожного з'єднання елементів балок та три ступені свободи для елементів стрижнів. Можна застосувати нульові або ненульові задані переміщення та обертання (тільки для балок).
- 8) Створити сітку моделі та провести дослідження.
- 9) Переглянути результати. Епюри результатів включають:
  - осьові напруження, згинальні напруження в двох ортогональних напрямках і гірший сценарій напружень, що поєднує осьові та згинальні напруження балкових елементів;
  - осьове напруження стрижневих елементів;
  - епюри переміщень та деформації;
  - графіки осьових сил стрижнів та балок;
  - графіки зсувних зусиль і згинального моменту балок;
  - сили реакції балок та стрижнів;
  - моменти реакції балок [8, 10-14].

## 4. АНАЛІЗ ЕЛЕМЕНТІВ МЕТАЛОКОНСТРУКЦІЙ В SOLIDWORKS

Виконаємо статичний аналіз елементів металоконструкцій за різних умов проведення досліджень. У дослідженнях прийматимемо модель як балку та я твёрдотілу модель. Визначимо вплив коректності задання обмежень на отримані результати. Дослідимо вплив сітки – розміру та кількості скінченних елементів на результати досліджень. Показниками, які будуть оцінюватися під час аналізу будуть напруження, переміщення та коефіцієнт запасу міцності.

### 4.1. Дослідження труби прямокутної

Об'єктом дослідження є труба прямокутного перерізу  $40 \times 20 \times 2,5$  (ДСТУ 8940:2019 Труби сталеві профільні) довжиною 1000 мм (рис. 4.1). Матеріал труби – Ст3сп, границя текучості – 221 МПа.



Рисунок 4.1 – Модель труби прямокутної  $40 \times 20 \times 2,5$

Розрахункова схема являє собою горизонтальну балку, навантажену рівномірно розподіленою силою  $q$  (рис. 4.2)

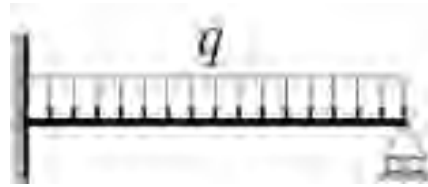


Рисунок 4.2 – Розрахункова схема

Розподілена сила, що діє на трубу – 4000 Н.

В інженерному аналізі на міцність досить часто трапляються випадки, коли інженером некоректно задаються обмеження, що може впливати на точність одержаних результатів.

***Варіант 1 труба. Аналіз труби прямокутної як елемента «Балка» з некоректним заданням обмежень***

Розглянемо варіант, коли модель розраховується системою як балковий елемент конструкції, а обмеження задані некоректно, а саме: на обидва кінці балки накладено обмеження «Фіксована геометрія» (рис. 4.3).



Рисунок 4.3 – Накладення обмеження «Фіксована геометрія» на обидва кінці балки

Прикладемо розподілену силу. Для цього в менеджері властивостей клікнемо правою кнопкою миші на «Зовнішні навантаження» і виберемо «Сила». В полі вибору оберемо «Балки», вкажемо площину «Зверху» і задамо

значення сили 4000 Н перпендикулярно до обраної площини, змінивши напрямок дії сили на протилежний (рис. 4.4).



Рисунок 4.4 – Задання зовнішнього навантаження

Створимо стандартну сітку балки (рис. 4.5).



Рисунок 4.5 – Сіткова модель балки

Запустимо дослідження та проаналізуємо одержані результати. Час моделювання становить менше 1 секунди (рис. 4.6), кількість елементів – 109.



Рисунок 4.6 – Вікно повідомлень вирішальної програми

Напруження, що виникає у моделі, рівне 137 МПа (рис. 4.7) і максимальне його значення зосереджене на обох кінцях моделі. Значення переміщення – 1,06 мм, при чому максимальний прогин виникає у центральній частині балки (рис. 4.8).

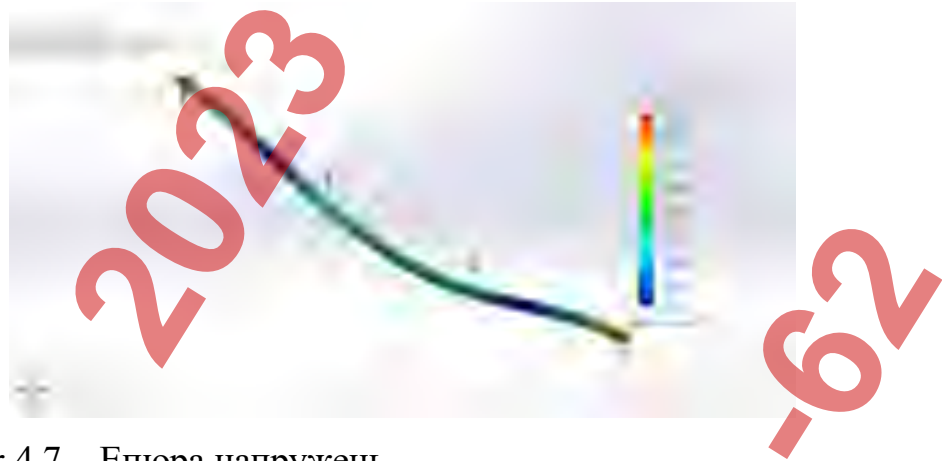


Рисунок 4.7 – Епюра напружень



Рисунок 4.8 – Епюра переміщень

Коефіцієнт запасу міцності становить 1,6 (рис. 4.9).



Рисунок 4.9 – Епюра коефіцієнта запасу міцності

**Варіант 2 труба. Аналіз труби прямокутної як елемента «Балка» з правильним заданням обмежень**

Виконаємо аналогічний аналіз труби прямокутної, але обмеження накладемо коректно, тобто задамо їх так, щоб обмеження на одному з кінців відповідало рухомому шарніру. Для цього використаємо довідкову геометрію, а саме площину «Справа» і відносно неї у напрямках, паралельних до цієї площини, обмежимо рух балки (рис. 4.10).

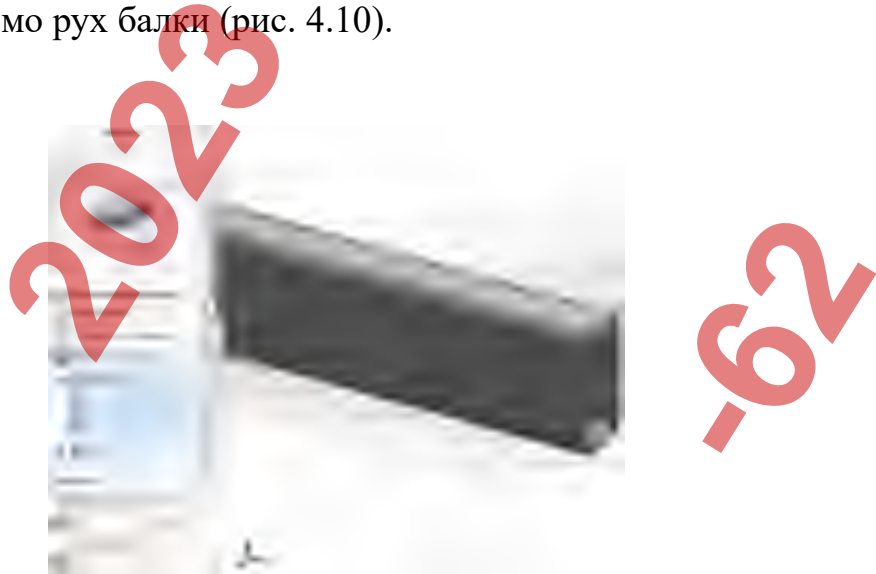


Рисунок 4.10 – Накладення обмеження на другий кінець балки

Навантаження і сітку задамо, як і в попередньому варіанті, та запустимо дослідження. Аналіз результатів показує, що вони відрізняються від попередніх. Максимальне напруження, що виникає у балці, становить 205,2 МПа та зосереджене в лівому кінці балки з нерухомим шарніром (рис. 4.11).



Рисунок 4.11 – Епюра напружень



Значення переміщення становить 2,16 мм, що є вдвічі більшим, ніж значення переміщення за попереднього варіанту, при цьому зона максимального прогину труби зміщена вправо (рис. 4.12).



Рисунок 4.12 – Епюра переміщень

Коефіцієнт запасу міцності для варіанту з коректним заданням обмежень становить 1,1 (рис. 4.13).



Рисунок 4.13 – Епюра коефіцієнта запасу міцності

Як бачимо з результатів дослідження труби прямокутної як елемента «Балка», одним лише некоректним заданням обмежень можна отримати спотворені результати щодо статичного аналізу елементів металоконструкцій.

Так, відносна похибка у визначенні коефіцієнта запасу міцності для розглянутих варіантів становить:

$$Y_{FOS} = \frac{\Delta_{FOS}}{FOS_{\text{дійсне}}} = \frac{|1,6 - 1,1|}{1,1} \cdot 100\% = 45\%$$

Результати аналізу варіантів 1 та 2 зведено у таблицю 4.1.

Таблиця 4.1 – Зведені результати досліджень прямокутної труби як елемента «Балка»

	Напруження, МПа	Переміщення, мм	Коефіцієнт запасу міцності
Варіант 1 труба	137	1,06	1,6
<i>Різниця відносно варіанту коректного задання обмежень, %</i>	-33	-51	+45
Варіант 2 труба <i>(коректне задання обмежень)</i>	205,2	2,16	1,1
<i>Різниця відносно оптимального варіанту, %</i>	-	-	-

**Варіант 3 труба.** Аналіз труби прямокутної як твердотілого елемента з сіткою на основі змішаної кривини (розмір елемента  $t_{max}=18,38$  мм,  $t_{min}=1,15$  мм)

Металоконструкції та їх елементи можна також досліджувати як твердотілі тіла. Виконаємо статичний аналіз труби прямокутної як твердого тіла. Всі умови в майбутніх аналізах будуть ідентичними варіанту 2, за винятком сітки моделі. У варіанті 3 створимо сіткову модель на основі змішаної кривини з максимальним розміром елемента 18,38 мм, мінімальним – 1,15 мм (рис. 4.14).

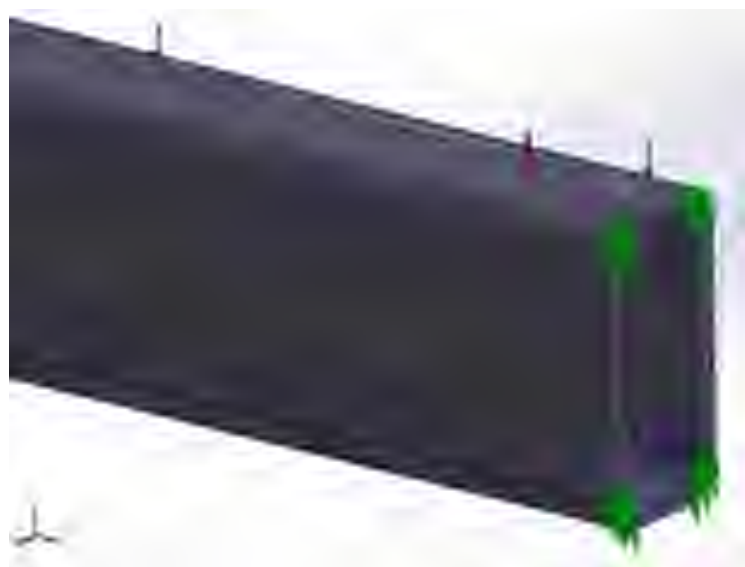


Рисунок 4.14 – Сіткова модель на основі змішаної кривини

У порівнянні з попередніми двома варіантами тривалість дослідження значно зросла і становить 13 с (рис. 4.15).

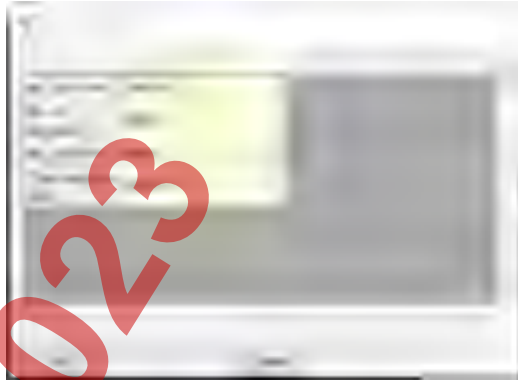


Рисунок 4.15 – Вікно повідомлення вирішальної програми

Для *варіанта 3* отримано такі результати:

Напруження – 235,6 МПа;

Переміщення – 2,16 мм;

Коефіцієнта запасу міцності – 0,94.

Як бачимо, за таких умов дослідження значення коефіцієнта запасу міцності не забезпечує працездатності виробу.

***Варіант 4 труба. Аналіз труби прямокутної як твердотілого елемента з сіткою на основі кривини (розмір елемента  $t_{max}=18,38$  мм,  $t_{min}=1,15$  мм)***

У варіанті 4 створимо сіткову модель на основі кривини з максимальним розміром елемента 18,38 мм, мінімальним – 1,15 мм.

Тривалість дослідження для цього варіанту становить 21 с (рис. 4.16).



Рисунок 4.16 – Вікно повідомлення вирішальної програми

Для *варіанта 4* отримано такі результати:

Напруження – 273,5 МПа;

Переміщення – 2,16 мм;

Коефіцієнта запасу міцності – 0,81.

***Варіант 5 труба. Аналіз труби прямокутної як твердотілого елемента зі стандартною сіткою (розмір елемента  $t_{max}=9,19$  мм,  $t_{min}=0,46$  мм)***

У варіанті 5 створимо сіткову модель зі стандартною сіткою з максимальним розміром елемента 9,19 мм, мінімальним – 0,46 мм.

Тривалість дослідження для цього варіанту становить 5 с (рис. 4.17).



Рисунок 4.17 – Вікно повідомлення вирішальної програми

Для *варіанта 5* отримано такі результати:

Напруження – 209,2 МПа;

Переміщення – 2,14 мм;

Коефіцієнта запасу міцності – 1,1.

Як бачимо з результатів досліджень прямокутної труби, для різних варіантів побудови сітки тривалість дослідження є різною, як і точність одержаних результатів. Зведені результати аналізу наведено в табл. 4.2.

Таблиця 4.2 – Зведені результати досліджень прямокутної труби як твердотілого елемента

Варіант дослідження	Тривалість моделювання, с	Напруження, МПа	Переміщення, мм	Коефіцієнт запасу міцності
Варіант 3 труба (твердотілий елемент з сіткою на основі змішаної кривини) <b>ОПТИМАЛЬНИЙ</b>	13	235,6	2,16	0,94
<i>Різниця відносно оптимального варіанту, %</i>	-	-	-	-
Варіант 4 труба (твердотілий елемент з сіткою на основі кривини)	21	273,5	2,16	0,81
<i>Різниця відносно оптимального варіанту, %</i>	+62	+16	0	-14
Варіант 5 труба (твердотілий елемент зі стандартною сіткою)	5	209,2	2,14	1,1
<i>Різниця відносно оптимального варіанту, %</i>	-62	-11	-1	+17

#### 4.2. Дослідження двотавра рівнополицевого

Об'єктом дослідження є двотавр №10 (ДСТУ 8768:2018 Двотаври сталеві гарячекатані) довжиною 3000 мм (рис. 4.18). Матеріал двотавра – СтЗсп, границя текучості – 221 МПа.



Рисунок 4.18 – Модель двотавра №10

Розрахункова схема являє собою горизонтальну балку, навантажену рівномірно розподіленою силою  $q$ , як і у випадку з трубою прямокутною.

Розподілена сила, що діє на двотавр – 20000 Н.

**Варіант 1 двотавр. Аналіз двотавра як елемента «Балка» з некоректним заданням обмежень**

У першому варіанті з двотавром застосуємо некоректне накладення обмежень, зафіксувавши обидва кінці жорстко (рис. 4.19). Під час аналізу розглядаємо двотавр як балку.



Рисунок 4.19 – Задання обмежень до моделі балки двотавра

Розподілену силу 20000 Н прикладено перпендикулярно до площини «Зверху» (рис. 4.20).



Рисунок 4.20 – Прикладення зовнішнього навантаження на модель балки двотавра

Сіткову модель балки двотавра представлено на рис. 4.21.



Рисунок 4.21 – Сіткова модель балки двотавра

У результаті проведення аналізу на міцність визначено максимальні напруження, що виникають в балці двотавра, переміщення, а також коефіцієнт запасу міцності. Відповідні епюри зображено на рис. 4.22-4.24.



Рисунок 4.22 – Епюра напружень для моделі балки двотавра



Рисунок 4.23 – Епюра переміщень для моделі балки двотавра



Рисунок 4.24 – Екран коефіцієнта запасу міцності для моделі балки двотавра

Проаналізуємо одержані результати. Тривалість моделювання становить менше 1 секунди (рис. 4.25), кількість елементів – 139.



Рисунок 4.25 – Вікно повідомлення вирішальної програми

Напруження, що виникає у моделі балки двотавра, рівне 126 МПа і максимальне його значення зосереджене на обох кінцях моделі. Значення переміщення – 3,8 мм, при чому максимальний прогин виникає у центральній частині балки. Коефіцієнт запасу міцності становить 1,64.

***Варіант 2 двотавр. Аналіз двотавра як елемента «Балка» з правильним заданням обмежень***

Виконавши аналогічне дослідження, але наклавши на один з кінців балки обмеження руху вздовж площини «Справа» (рис. 4.26), що відповідає коректному накладенню обмежень на модель, одержимо такі результати:



- тривалість моделювання – менше 1 с;
- напруження – 188 МПа;
- переміщення – 8 мм;
- коефіцієнт запасу міцності – 1,1.



Рисунок 4.26 – Коректне задання обмежень до моделі балки двотавра

Результати аналізу двох варіантів дослідження двотавра як балки зведено у таблицю 4.3.

Таблиця 4.3 – Зведені результати досліджень двотавра як елемента «Балка»

	Напруження, МПа	Переміщення, мм	Коефіцієнт запасу міцності
Варіант 1 двотавр	126	3,8	1,64
<i>Різниця відносно варіанту коректного задання обмежень, %</i>	-33	-53	+49
<b>Варіант 2 двотавр (коректне задання обмежень)</b>	188	8	1,1
<i>Різниця відносно оптимального варіанту, %</i>	-	-	-

Порівнявши одержані результати дослідження двотавра як балки, бачимо, що коректність задання обмежень під час аналізу значно впливає на його результати. Так, різниця напружень за двох варіантів аналізу становить 49%, переміщення – 53%, а коефіцієнта запасу міцності – 46%.

Проведемо дослідження двотавра як твердотілого елемента за такими варіантами:

- Варіант 3 двотавр. Аналіз двотавра як твердотілого елемента з сіткою на основі змішаної кривини (розмір елемента  $\max=43,16$  мм,  $\min=2,16$  мм).
- Варіант 4 двотавр. Аналіз двотавра як твердотілого елемента з сіткою на основі кривини (розмір елемента  $\max=43,16$  мм,  $\min=2,16$  мм).
- Варіант 5 двотавр. Аналіз двотавра як твердотілого елемента зі стандартною сіткою (розмір елемента  $\max=21,58$  мм,  $\min=1,08$  мм).

За цих варіантів досліджень обмеження задано, як у «Варіанті 2 двотавр», навантаження прикладено до верхньої полиці двотавра (рис. 4.27).



Рисунок 4.27 – Прикладення зусилля до твердотілої моделі двотавра



*Сітка на основі змішаної кривини*



*Сітка на основі кривини*



*Стандартна сітка*

Рисунок 4.28 – Сіткова модель двотавра

Результати аналізу трьох варіантів дослідження двотавра як твердого тіла зведено у таблицю 4.4.

Таблиця 4.4 – Зведені результати досліджень двотавра як твердотілого елемента

Варіант дослідження	Тривалість моделювання, с	Напруження, МПа	Переміщення, мм	Коефіцієнт запасу міцності
Варіант 3 двотавр (тверdotілий елемент з сіткою на основі змішаної кривини) <b>ОПТИМАЛЬНИЙ</b>	27	242	7,9	0,67
<i>Різниця відносно оптимального варіанту, %</i>	-	-	-	-
Варіант 4 двотавр (тверdotілий елемент з сіткою на основі кривини)	50	272	7,9	0,6
<i>Різниця відносно оптимального варіанту, %</i>	+85	+12	-	-10
Варіант 5 двотавр (тверdotілий елемент зі стандартною сіткою)	2	182	7,7	1,1
<i>Різниця відносно оптимального варіанту, %</i>	-93	-25	-3	+64

Як видно з результатів досліджень, оптимальним варіантом дослідження двотавра як твердотілого елемента є варіант з сіткою скінченних елементів на основі змішаної кривини. Тривалість такого дослідження є значно вищою, ніж у варіанті зі стандартною сіткою, але й значно меншою за варіант з сіткою на основі кривини. Цей варіант забезпечує отримання оптимальних результатів щодо напружень, переміщень та коефіцієнта запасу міцності.

### 4.3. Дослідження плоскої ферми

Дослідимо плоску ферму трапецієподібної форми (рис. 4.29). Ферма має довжину 6 м, висоту – 0,8 м, з боку пониження нахилу висота становить 0,3 м. Розкоси розташовані з кроком 0,5 м. Нижній та верхній пояси ферми виготовлені з профільної труби 50×50 мм з товщиною стінки 2 мм. Розкоси виготовлені з профільної труби 40×20 мм з товщиною стінки 2,5 мм (рис. 4.30).

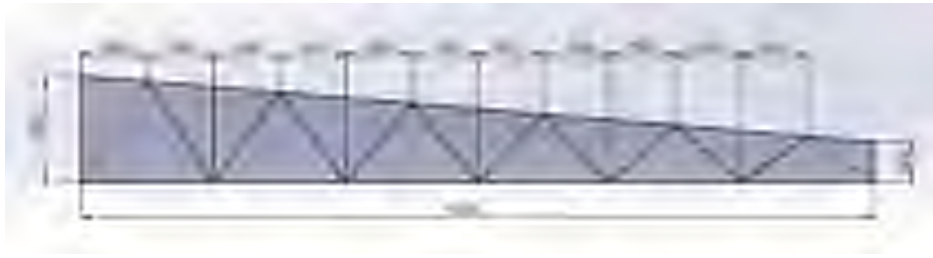


Рисунок 4.29 – Схема ферми

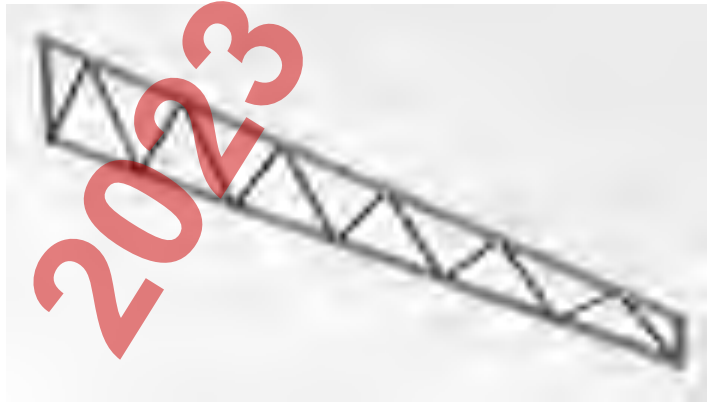


Рисунок 4.30 – Тривимірна модель ферми

Здійснимо аналіз ферми за варіантами, як у випадку з профільною трубою і двотавром. У перших двох варіантах досліджень розглядаємо ферму як балкові елементи.

***Варіант 1 ферма. Аналіз ферми як балкових елементів з некоректним заданням обмежень***

Конструкція жорстко закріплена по краях, до верхнього пояса ферми прикладене розподілене навантаження 10000 Н (рис. 4.31).



Рисунок 4.31 – Закріплення ферми та прикладення навантаження

В результаті проведення аналізу на міцність визначено максимальні напруження, що виникають у фермі, переміщення, а також коефіцієнт запасу міцності. Відповідні епюри зображено на рис. 4.32-4.34.



Рисунок 4.32 – Епюра напружень для моделі ферми



Рисунок 4.33 – Епюра переміщень для моделі ферми



Рисунок 4.34 – Епюра коефіцієнта запасу міцності для моделі ферми

Проаналізуємо одержані результати. Тривалість моделювання становить менше 1 секунди (рис. 4.35), кількість елементів – 427.

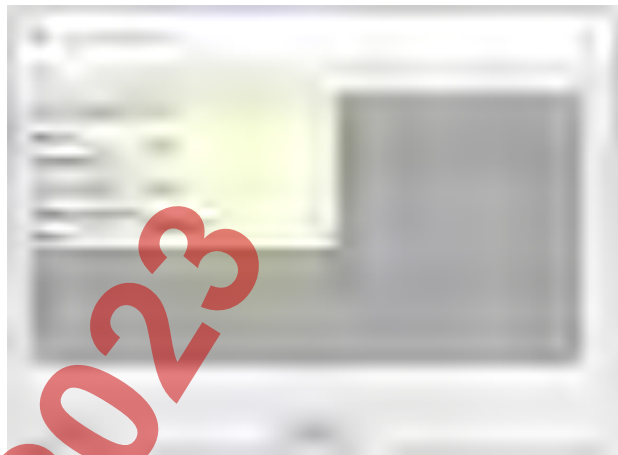


Рисунок 4.35 – Вікно повідомлення вирішальної програми

Напруження, що виникає у моделі ферми, рівне 61 МПа. Значення переміщення – 2,1 мм. Коефіцієнт запасу міцності становить 3,6.

***Варіант 2 ферма. Аналіз ферми як балкових елементів з правильним заданням обмежень***

Виконавши аналогічне дослідження, але наклавши на один з кінців ферми обмеження руху вздовж площини «Справа», що відповідає коректному накладенню обмежень на модель, одержимо такі результати:

- тривалість моделювання – менше 1 с;
- напруження – 149 МПа;
- переміщення – 8 мм;
- коефіцієнт запасу міцності – 1,5.

Результати аналізу двох варіантів дослідження ферми як балкових елементів зведено у таблицю 4.5.

Таблиця 4.5 – Зведені результати досліджень ферми як балкових елементів

	Напруження, МПа	Переміщення, мм	Коефіцієнт запасу міцності
Варіант 1 ферма	61	2,1	3,6
<i>Різниця відносно варіанту коректного задання обмежень, %</i>	-59	-74	+140
Варіант 2 ферма <i>(коректне задання обмежень)</i>	149	8	1,5
<i>Різниця відносно оптимального варіанту, %</i>	-	-	-

Порівнявши одержані результати дослідження ферми як балкових елементів, бачимо, що різниця напружень за двох варіантів аналізу становить 59%, переміщення – 74%, а коефіцієнта запасу міцності – 140%.

Проведемо дослідження ферми як твердотілого елемента за такими варіантами:

- Варіант 3 ферма. Аналіз ферми як твердотілого елемента з сіткою на основі змішаної кривини (розмір елемента  $\max=103$  мм,  $\min=5,1$  мм).
- Варіант 4 ферма. Аналіз ферми як твердотілого елемента з сіткою на основі кривини (розмір елемента  $\max=103$  мм,  $\min=5,1$  мм).

За цих варіантів досліджень обмеження задано, як у «Варіанті 2 ферма», навантаження прикладено до верхнього пояса ферми.



*Сітка на основі змішаної кривини*



*Сітка на основі кривини*

Рисунок 4.36 – Сіткова модель ферми

Результати аналізу різних варіантів дослідження ферми як твердого тіла зведено у таблицю 4.6.

Таблиця 4.6 – Зведені результати досліджень ферми як твердотілого тіла

Варіант дослідження	Тривалість моделювання, с	Напруження, МПа	Переміщення, мм	Коефіцієнт запасу міцності
Варіант 3 двотавр (тверdotілий елемент з сіткою на основі змішаної кривини)	295	306,8	2,9	0,72
<i>Різниця відносно оптимального варіанту, %</i>	+23	-2	-3	+3
Варіант 4 двотавр (тверdotілий елемент з сіткою на основі кривини) <b>ОПТИМАЛЬНИЙ</b>	240	313,6	3	0,7
<i>Різниця відносно оптимального варіанту, %</i>	-	-	-	-

Як видно з результатів досліджень, умовно «оптимальним» варіантом дослідження ферми як твердотілого тіла є варіант з сіткою скінченних елементів на основі кривини. Тривалість такого дослідження є дещо меншою за варіант з сіткою на основі змішаної кривини, а результати значень напружень, переміщення та коефіцієнта запасу міцності майже однакові.

На підставі аналізу ферми за різних розглянутих варіантів досліджень можна зробити висновок про те, що дослідження ферм як твердотілих елементів є невиправданим, оскільки вимагає значних ресурсів ПК та невиправдано великих затрат часу, хоча й дають точніші результати. Тому, на наш погляд, дослідження ферм з труби профільної варто здійснювати як аналіз елементів балок, однак необхідно забезпечити значення коефіцієнта запасу міцності (при міцнісному аналізі) в межах 4,5-5.



## ВИСНОВКИ І ПРОПОЗИЦІЇ

В процесі аналізу методів розрахунку металоконструкцій встановлено, що розрахунок конструкцій та їх елементів здебільшого складається з таких етапів:

- складання (вибір) розрахункової схеми;
- задання навантажень;
- визначення переміщень вузлів та зусиль в елементах конструкцій;
- підбір поперечних перерізів;
- перевірка підібраних перерізів.

Найбільшого поширення в процесі аналізу напружень та деформацій в інженерних конструкціях отримав метод скінченних елементів (МСЕ).

В основі чисельних методів лежить заміна континуальної розрахункової моделі з безперервним розподілом дискретних параметрів моделлю, що має скінченне значення невідомих, що вибираються залежно від вимог, що пред'являються до розрахунку, та можливостей ЕОМ.

Реалізація чисельних методів під час дослідження та аналізу металоконструкцій відбувається у середовищі систем автоматизованого проектування, зокрема SOLIDWORKS.

У кваліфікаційній роботі виконано дослідження на міцність елементів металевих конструкцій, а саме: труби профільної  $40 \times 20 \times 2,5$  та двотавра №10. За результатами досліджень можна зробити наступні висновки. Стандартно система визначає такі елементи конструкцій як балкові елементи та проводить розрахунок як балок. При цьому користувачем задаються типи обмежень. Некоректне задання обмежень призводить до неточних результатів. Так результати коефіцієнта запасу міцності можуть відрізнятись на 45% для профільної труби та 49% для двотавра, що може призвести до критичних помилок під час проєкних розрахунків елементів металоконструкцій.

Під час дослідження елементів металоконструкцій як твердого тіла можливі різні варіанти побудови їх сіткових моделей: сітка на основі змішаної кривини, сітка на основі кривини та стандартна сітка. Оптимальним варіантом

побудови сітки є сітка на основі змішаної кривини. Такий варіант забезпечує досить точні результати при незначній тривалості дослідження.

В роботі виконано дослідження плоскої ферми, виготовленої з профільної труби: пояси – з профільної труби 50×50 мм з товщиною стінки 2 мм, розкоси – з профільної труби 40×20 мм з товщиною стінки 2,5 мм. Під час аналізу за різних умов накладення обмежень результати показали, що некоректне задання обмежень призводить до ще більших помилок у розрахунках, ніж при аналізі окремих елементів конструкцій. Так різниця значень коефіцієнта запасу міцності сягає 140%, різниця за напруженнями – 59%, переміщеннями – 74%.

Аналіз металоконструкції як твердого тіла є невиправданим кроком, оскільки такий тип аналізу хоча й забезпечує точніший результат, але вимагає значних затрат часу та ресурсів ПК. Сіткові моделі варто застосовувати на основі кривини або на основі змішаної кривини. Зміна типу сіткової моделі не суттєво впливає на результати досліджень. Якщо ж порівнювати аналіз балкової моделі та твердотілої моделі металоконструкції, то значення коефіцієнта запасу міцності відрізняються приблизно у 5 разів, тоді як тривалість моделювання відрізняється у понад 200 разів.

Таким чином, можна зробити узагальнений висновок про те, що окремі елементи конструкції можна досліджувати як тверді тіла для тих випадків, коли потрібно забезпечити точність результатів; а в дослідженні металоконструкцій – розглядати металоконструкції як балкові моделі, з урахуванням завищеного значення коефіцієнта запасу міцності в отриманих результатах.

**БІБЛІОГРАФІЧНИЙ СПИСОК**

1. Гілодо О. Ю. Металеві конструкції у питаннях та відповідях : навчальний посібник. – Одеса : Астропринт, 2019. – 120 с.
2. ДБН В.2.6–198:2014. Сталеві конструкції. Норми проектування. – К.: Мінрегіон України, 2014.
3. ДБН В.1.2–2006. Навантаження і впливи. Норми проектування. – К.: Мінрегіон України, 2014.
4. ДБН В.1.2–14–2009. Загальні принципи забезпечення надійності та конструктивної безпеки будівель, споруд, будівельних конструкцій та основ. – К.: Мінрегіон України, 2009.
5. ДСТУ 8768:2018 Двотаври сталеві гарячекатані. Сортамент. Національний стандарт. ДП «УкрНДНЦ», 2020. – 8 с.
6. ДСТУ 8940:2012 Труби сталеві профільні. Технічні умови. Національний стандарт. ДП «УкрНДНЦ», 2020. – 25 с.
7. Павленко І. В. Метод скінчених елементів в задачах опору матеріалів і лінійної теорії пружності: Навчальний посібник.– Суми: Вид-во СумДУ, 2006. – 147 с.
8. Стукалець І. Г. Основи інженерного аналізу технічних об'єктів. Курс лекцій для студентів інженерних спеціальностей. Львів : ЛНУП, 2022. – 109 с.
9. Єврокод 3. Проектування сталевих конструкцій. – К.: Мінрегіон України, 2012.
10. J. Ed Akin Finite Element Analysis Concepts via SolidWorks. World Scientific. New Jersey-London-Singapore-Beijing-Shanghai-Hong-Kong-Taipei-Chennai. 2009. – 313 p.

11. Довідка SolidWorks. URL : [https://help.solidworks.com/2022/english/SolidWorks/sldworks/r\\_welcome\\_sw\\_online\\_help.htm](https://help.solidworks.com/2022/english/SolidWorks/sldworks/r_welcome_sw_online_help.htm) (дата звернення: 2.10.2023).
12. Dassault Systèmes. URL: <https://www.3ds.com> (дата звернення 2.10.2023).
13. SolidWorks. URL: <https://www.solidworks.com> (дата звернення 2.10.2023).
14. SolidWorks. URL: [https://www.softkey.ua/catalog/sapr/solidworks/#detail\\_text](https://www.softkey.ua/catalog/sapr/solidworks/#detail_text) (дата звернення 2.10.2023).

2023

-62